

TATA 44 Vektoranalys TEN 1

2014.08.27, kl 08.00-12.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget n , $n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och n godkända uppgifter.

Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys*. Ingen räknedosa tillåten.

Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsida.

1. Beräkna arean av den del av paraboloiden $z = 4 - x^2 - y^2$ som ligger i klotet $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 \leq 4$.

2. Beräkna kurvintegralen $\int_{\Gamma} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där $\mathbf{A} = (y^2 + 2xz - y)\hat{x} + (z^2 + 2xy - z)\hat{y} + (x^2 + 2yz - x)\hat{z}$ och Γ är triangeln med hörn i punkterna $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$. Γ genomlöps moturs sett från $(17, 17, 17)$

3. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A}(x, y, z) = (x + yz)\hat{x} + (y + xz)\hat{y} + (z + xy)\hat{z}$ genom ytan $z = 4 - x^2 - y^2$, $0 \leq z \leq 3$.

4. Beräkna alla potentialer till vektorfältet $\mathbf{A} = (y^2 + 2xz)\hat{x} + (z^2 + 2xy)\hat{y} + (x^2 + 2yz)\hat{z}$ och beräkna sedan värdet av kurvintegralen $\int_{\Gamma} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där Γ är den del av skärningskurvan mellan planet $x = 1$ och ytan $z = 4 - (x^2 + y^2)$ för vilken $z \geq 0$. Γ genomlöps moturs sett från punkten $(1000, 0, 0)$

5. Beräkna kurvintegralen $\int_{\Gamma} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där $\mathbf{A} = -\frac{y}{x^2 + y^2}\hat{x} + \frac{x}{x^2 + y^2}\hat{y} + 2z\hat{z}$ och Γ är skärningskurvan mellan planet $x + y + z = 3$ och ytan $z = 9 - x^2 - y^2$.

6. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$ genom ytan $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $0 \leq z \leq 3/2$, ut från origo.