LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Peter Basarab-Horwath

TATA 44 Vektoranalys. TEN 1.
2016-08-24, kl 8.00–12.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget $n,\ n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och n godkända uppgifter.
Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys*. Ingen räknedosa tillåten.
Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

---

1. Beräkna arean av den del av ytan $z = 3 - x^2 - y^2$ som är ovanför planet $2x + 2y + z = 1$.

2. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = x\hat{x} + yx^2\hat{y} + (\frac{1}{5} + zy^2)\hat{z}$ ut genom ytan $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$ då $z \geq 0$. Normalen pekar bort från z-axeln. Motivera noga.

3. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A}(x, y, z) = -yx^2\,\hat{x} + xy^2\,\hat{y} + z^3\,\hat{z}$$

och Γ är skärningskurvan mellan cylindern $x^2 + y^2 = 2x$ och paraboloiden $z = 2 - (x^2 + y^2)$. Orientering är moturs sett från punkten $(0, 0, 17)$.

4. Bestäm alla funktioner $f(x)$, $g(z)$ så att vektorfältet

$$\mathbf{A}(x, y, z) = (4xy + 3x^2 + g(z))\,\hat{x} + ((f(x) + 2yz)\,\hat{y} + (y^2 + 2xz + 2z)\,\hat{z}$$

har en potential och beräkna då alla potentialer till $\mathbf{A}$.

5. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A}(x, y) = \frac{y + 1}{x^2 + y^2 + 2y + 1}\hat{x} - \frac{x}{x^2 + y^2 + 2y + 1}\hat{y}$$

och Γ är kurvan $2x^2 + y^2 = 4$ i xy-planet. Kurvan genomlöps moturs.

6. Beräkna flödet av vektorfältet

$$\mathbf{A}(x, y, z) = \frac{xz}{\sqrt{x^2 + y^2}}\hat{x} + \frac{yz}{\sqrt{x^2 + y^2}}\hat{y} - \frac{z^2}{2\sqrt{x^2 + y^2}}\hat{z}$$

genom ytan $x^2 + y^2 - z^2 = 4,\ 0 \leq z \leq \sqrt{5}$ (riktning: bort från z-axeln).