LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Peter Basarab-Horwath

# TATA 44 Vektoranalys. TEN 1.
## 2014-01-10, kl 14.00–18.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget $n$, $n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och $n$ godkända uppgifter.
Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys*. Ingen räknedosa tillåten.
Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

---

1. Beräkna arean av den del av konen $z = 5+2\sqrt{x^2+y^2}$ som är innanför sfären $x^2+y^2+(z-5)^2 = 25$.

2. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = x(y^2+z^2)\hat{x} + y(x^2+z^2)\hat{y} - z(x^2+y^2)\hat{z}$ ut genom ytan $x^2+2y^2+2z^2 = 1$ då $z \geq 0$. Normalen pekar bort från origo. Motivera noga.

3. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A}\cdot d\mathbf{r}$ där $\mathbf{A}(x,y,z) = -y\,\hat{x} - z\,\hat{y} - x\,\hat{z}$ och $\Gamma$ är randen till ytan $x^2+y^2+z^2 = 1$ med $x, y, z \geq 0$. $\Gamma$ genomlöps moturs sett från punkten $(17, 17, 17)$.

4. Bestäm konstanterna $a, b$ så att vektorfältet

$$\mathbf{A}(r,\theta,\phi) = 2r\sin^2\theta\cos^2\phi\,\hat{r} + (a-1)r\sin 2\theta\cos^2\phi\,\hat{\theta} + (b+2)r\sin\theta\sin 2\phi\,\hat{\phi}$$

har en potential och beräkna då alla potentialer till $\mathbf{A}$.

5. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A}\cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A}(x,y) = \left[-y + \frac{x}{x^2+y^2}\right]\hat{x} + \left[x + \frac{y}{x^2+y^2}\right]\hat{y}$$

och $\Gamma$ är kurvan $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} = 1$ med $y \geq 0$. i $xy$-planet. Kurvan genomlöps moturs. Motivera noga.

6. Beräkna flödet av vektorfältet

$$\mathbf{A}(\rho,\phi,z) = \frac{\rho}{\rho^2+z^2}\hat{\phi}$$

genom ytan $x^2+2y^2+3z^2 = 16$ med $z \geq 0$. Normalen pekar bort från origo. Motivera noga.