LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Peter Basarab-Horwath

TATA 44 Vektoranalys. TEN 1.
2016-01-08, kl 14.00–18.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget n, $n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och n godkända uppgifter.
Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys*. Ingen räknedosa tillåten.
Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

---

1. Beräkna arean av den del av konen $z = 3 - \sqrt{x^2 + y^2}$ som är innanför konen $z = 1 + \sqrt{x^2 + y^2}$.

2. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = xy\hat{x} + xz\hat{y} + (1 + 4z - yz)\hat{z}$ ut genom ytan $z = 1 - x^2 - y^2$ då $z \geq 0$. Normalen pekar bort från z-axeln. Motivera noga.

3. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A}(x, y, z) = -y^2\,\hat{x} - 3z\,\hat{y} - \frac{x^2}{2}\,\hat{z}$$

och Γ är skärningskurvan mellan planet $2x + 2y + z = 1$ och ytan $z = x^2 + y^2$. Orientering är moturs sett från punkten $(0, 0, 17)$.

4. Bestäm konstanterna a, b, c så att vektorfältet

$$\mathbf{A}(r, \theta, \phi) = [2r\sin 2\theta\cos\phi + a\sin\theta\sin\phi]\,\hat{r} + [(b+1)r\cos 2\theta\cos\phi + \cos\theta\sin\phi]\,\hat{\theta} + [cr\cos\theta\sin\phi + \cos\phi]\,\hat{\phi}$$

har en potential och beräkna då alla potentialer till $\mathbf{A}$.

5. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A}(x, y) = \left[x + \frac{y}{3x^2 + 2y^2}\right]\hat{x} + \left[y - \frac{x}{3x^2 + 2y^2}\right]\hat{y}$$

och Γ är kurvan $x^2 + y^2 = 4$, $y \geq 0$ i xy-planet. Kurvan genomlöps moturs.

6. Beräkna flödet av vektorfältet

$$\mathbf{A}(x, y, z) = \frac{x}{2(x^2 + y^2)}\hat{x} + \frac{y}{2(x^2 + y^2)}\hat{y} + \frac{z}{x^2 + y^2}\hat{z}$$

genom ytan $z = 3 - (x^2 + y^2)$, $0 \leq z \leq 2$ (riktning: bort från z-axeln).