LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Peter Basarab-Horwath

TATA 44 Vektoranalys. TEN 1.
2017-01-07, kl 14.00–18.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget n, $n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och n godkända uppgifter.
Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys*. Ingen räknedosa tillåten.
Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

---

1. Beräkna ytintegralen $\iint_S x^2\,dS$ där S är ytan som ges genom $z = \sqrt{x^2 + y^2},\ z \le 1$.

2. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = 3yz^2\,\hat{y} + (x^2 + y^2)z\,\hat{z}$ genom ytan S som ges genom $z = x^2 + y^2,\ \ 0 \le z \le 1$. Riktningen bestäms av villkoret $\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{z} < 0$. Motivera noga.

3. Beräkna kurvintegralen $\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A}(x, y, z) = -y^2\,\hat{x} + x^2\,\hat{y} + xy\,\hat{z}$$

och Γ är randen till ytan S som ges genom $z = 4 - (x^2 + y^2)$ där $x, y, z \ge 0$. Orientering är moturs sett från punkten $(0, 0, 17)$.

4. Finn alla potentialer till vektorfältet

$$\mathbf{A}(\rho, \phi, z) = [2\rho\cos^2\phi + z\sin\phi]\,\hat{\rho} + \left[z\cos\phi - \left(\rho + \frac{z^2}{\rho}\right)\sin 2\phi\right]\,\hat{\phi} + [2z\cos^2\phi + \rho\sin\phi]\,\hat{z}.$$

5.Beräkna kurvintegralen $\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A} = \frac{1}{x^2 + y^2}[(x - y)\,\hat{x} + (x + y)\,\hat{y}]$$

och Γ är kurvan mellan cylindern $x^2 + 3y^2 = 9$ och planet $x + y + z = 1$. Kurvan genomlöps moturs sett från punkten $(0, 0, 17)$.

6. Beräkna flödet av vektorfältet

$$\mathbf{A}(x, y, z) = \frac{x}{(x^2 + y^2)^{3/2}}\,\hat{x} + \frac{y}{(x^2 + y^2)^{3/2}}\,\hat{y} + \frac{z}{(x^2 + y^2)^{3/2}}\,\hat{z}$$

genom ytan S som ges av ekvationen $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$ (riktning: $\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{z} > 0$).