

LINKÖPINGS UNIVERSITET

Matematiska institutionen

Peter Basarab-Horwath

## TATA 44 Vektoranalys. TEN 1.

2013-01-09, kl 14.00–18.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget  $n$ ,  $n = 3, 4, 5$ , krävs  $3n - 1$  poäng och  $n$  godkända uppgifter.

Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys*. Ingen räknedosa tillåten.

Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

1. Beräkna arean av den del av sfären  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  som ligger innanför sfären  $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1$ .

2. Beräkna flödet av vektorfältet  $\mathbf{A} = 9xz^2\hat{x} + yx^2\hat{y} + 4zy^2\hat{z}$  ut genom ytan  $S : x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 4$  med  $z \geq 0$ , i riktning  $\hat{n} \cdot \hat{z} > 0$ .

3. Beräkna kurvintegralen  $\int_{\Gamma} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$  där  $\mathbf{A}(\rho, \phi, z) = 3\rho\hat{\rho} + 2\cos^2\phi\hat{\phi} + 4\hat{z}$  och  $\Gamma$  är skärningskurvan mellan ytorna  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  och  $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$ . Kurvan  $\Gamma$  genomlöps moturs sett från punkten  $(0, 0, 6)$ .

4. För vilka värden på konstanterna  $a, b, c$  är vektorfältet

$$\mathbf{A} = (6axy + by^2z + cyz^2)\hat{x} + (3x^2 + 2bxyz + xz^2)\hat{y} + (2xy^2 + 2cxyz)\hat{z}$$

ett potentialfält? Beräkna sedan alla potentialer till  $\mathbf{A}$  för dessa värden.

5. Beräkna kurvintegralen  $\int_{\Gamma} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$  där  $\mathbf{A}(\rho, \phi) = -\frac{\sin\phi}{\rho^2}\hat{\rho} + \frac{\cos\phi}{\rho^2}\hat{\phi}$  och  $\Gamma$  är kurvan  $4x^2 + 9y^2 = 4$  mellan punkterna  $(1, 0)$  och  $(0, -2/3)$ . Kurvan genomlöps moturs.

6. Beräkna flödet av vektorfältet

$$\mathbf{A}(x, y, z) = \frac{x}{x^2 + y^2}\hat{x} + \frac{y}{x^2 + y^2}\hat{y} + z\sqrt{x^2 + y^2}\hat{z}$$

genom ytan  $S : z = 1 - x^2 - y^2$  med  $z \geq 0$  i riktning  $\hat{n} \cdot \hat{z} > 0$ .