LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Peter Basarab-Horwath

TATA 44 Vektoranalys. TEN 1.
2011-10-22, kl 08.00–12.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget $n,\ n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och n godkända uppgifter.
Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys.* Ingen räknedosa tillåten.
Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

---

1. Beräkna arean av den del av paraboloiden $2z = x^2+y^2$ som ligger innanför ytan $x^2+y^2+3z^2 = 5$ med $x, y \geq 0$.

2. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = x^3\hat{x} + 2y^3\hat{y} + 3z^3\hat{z}$ ut genom ytan $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$ med $z \geq 0$, i riktning $\hat{n} \cdot \hat{z} > 0$.

3. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där $\mathbf{A}(x, y, z) = \dfrac{1}{\sqrt{1 + x^2 + y^2}}(x, y, z)$ och Γ är skärningen mellan cylindern $x^2 + y^2 = 1$ och planet $x + y + z = 1$. Γ genomlöps moturs sett från punkten $(0, 0, 17)$.

4. Beräkna alla möjliga potentialer till vektorfältet

$$\mathbf{A} = (e^x \cos y - yz)\,\hat{x} - (e^x \sin y + xz)\,\hat{y} + (z - xy)\hat{z}.$$

Beräkna sedan kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där Γ är skärningen mellan planet $2y + 3z = 0$ och ellipsoiden $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 9$ med $y \geq 0$. Γ genomlöps moturs sett från punkten $(0, 0, -17)$.

5. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där $\mathbf{A}(x, y) = \left(-y + \dfrac{y}{x^2 + y^2}\right)\hat{x} + \left(x - \dfrac{x}{x^2 + y^2}\right)\hat{y}$ och Γ är kurvan $3x^2 + 4y^2 = 12$ med $y \geq 0$. Kurvan genomlöps moturs.

6. Beräkna flödet av vektorfältet

$$\mathbf{A}(x, y, z) = \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}(x, y, z)$$

genom cylinderytan $x^2 + y^2 = 4,\ -2 \leq z \leq 2$.