LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Peter Basarab-Horwath

TATA 44 Vektoranalys. TEN 1.
2012-10-26, kl 08.00–12.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget n, $n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och n godkända uppgifter.
Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys*. Ingen räknedosa tillåten.
Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

---

1. Beräkna arean av den del av sfären $x^2 + y^2 + (z-5)^2 = 25$ som ligger innanför konen $2z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

2. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = 2xy^2\hat{x} + 3yz^2\hat{y} + zx^2\hat{z}$ ut genom ytan $S : x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$ med $x, y, z \geq 0$, i riktning $\hat{n} \cdot \hat{z} > 0$.

3. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där $\mathbf{A}(x, y, z) = zy\,\hat{x} + xz\,\hat{y} + 2xy\,\hat{z}$ och Γ är randen till ytan $S : x^2 + y^2 + z^2 = 1$ med $x, y, z \geq 0$. Γ genomlöps moturs sett från punkten $(17, 17, 17)$.

4. För vilka värden på konstanterna a, b, c är vektorfältet

$$\mathbf{A} = (4xy + ayz)\hat{x} + (2x^2 + xz + 6byz)\hat{y} + (3y^2 + cxy)\hat{z}$$

ett potentialfält? Beräkna sedan alla potentialer till $\mathbf{A}$ för dessa värden.

5. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där $\mathbf{A}(r, \theta, \phi) = -\dfrac{\cos\theta}{r^2}\hat{r} - \dfrac{\sin\theta}{r^2}\hat{\theta}$ och Γ är skärningskurvan mellan planet $x - y = 0$ och ytan $2x^2 + 4y^2 + 3z^2 = 12$ med $x, y, z \geq 0$. Kurvan genomlöps moturs sett från punkten $(3, -3, 0)$.

6. Beräkna flödet av vektorfältet

$$\mathbf{A}(x, y, z) = \frac{-y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\hat{x} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\hat{y} + z\hat{z}$$

genom ytan $S : x^2 + y^2 + 4z^2 = 4$ med $z \geq 0$.