LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Peter Basarab-Horwath

TATA 44 Vektoranalys TEN 1

2014.10.31, kl 08.00-12.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget n, $n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och n godkända uppgifter.
Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys.* Ingen räknedosa tillåten.
Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsida.

---

1. Beräkna arean av den del av konen $z = 6 - \sqrt{x^2 + y^2}$ som ligger innanför paraboloiden $z = x^2 + y^2$.

2. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där $\mathbf{A} = -y^3\hat{x} + x^3\hat{y} + z^4\hat{z}$ och Γ är randen till den del av sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ som ligger i första oktanten. Γ genomlöps moturs sett från $(17, 17, 17)$

3. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A}(x, y, z) = \dfrac{x^3}{3}\,\hat{x} + \dfrac{y^3}{3}\,\hat{y} + \hat{z}$ genom ytan $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$, $z \geq 0$ med riktning $\hat{\mathbf{n}}$ sådan att $\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{z} > 0$.

4. För vilka värden på konstanterna a, b, c är vektorfältet $\mathbf{A} = (axy + z^2)\,\hat{x} + (3x^2 + byz)\,\hat{y} + (2y^2 + cxz)\,\hat{z}$ ett potentialfält? Bestäm för dessa värden alla potentialer till $\mathbf{A}$.

5. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där $\mathbf{A} = \dfrac{\sin^2\phi}{\rho}\hat{\phi}$ och Γ är kurvan $2x^2 + 3y^2 = 1$ i xy-planet. Γ genomlöps moturs.

6. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A}(\rho, \phi, z) = \dfrac{1}{\rho}\hat{\rho} + \dfrac{z}{\rho}\hat{z}$ genom ytan $z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2}$, $0 \leq z \leq 3$, bort från z-axeln.