LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Peter Basarab-Horwath

TATA 44 Vektoranalys. TEN 1.
2017-10-18, kl 8.00–12.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget n, $n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och n godkända uppgifter.
Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys*. Ingen räknedosa tillåten.
Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

---

1. Beräkna ytintegralen $\iint_S z^2\,dS$ där S är den del av $z = x^2 + y^2$ som är innanför $z = 2 - \sqrt{x^2+y^2}$, $z \le 1$.

2. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = (x^3 + y^4)\,\hat{x} + (y^3 + z^5)\,\hat{y} - 2(x^2+y^2)z\,\hat{z}$ genom ytan S som ges genom $x^2 + y^2 + z^2 = 2$, $\;0 \le z \le 1$. Riktningen bestäms av villkoret $\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{z} > 0$. Motivera noga.

3. Beräkna kurvintegralen $\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A}(x, y, z) = -\frac{y^3}{3}\,\hat{x} + \frac{x^3}{3}\,\hat{y} + (y - x)\,\hat{z}$$

och Γ är skärningskurvan mellan cylindern $x^2 + y^2 = 2x + 2y$ och planet $2x + 2y - z = 0$. Orientering är medurs sett från punkten $(0, 0, 17)$.

4. Beräkna kurvintegralen $\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A}(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)\,\hat{x} + (2xy + y^2 + yz^2)\,\hat{y} + (2xz + y^2 z)\,\hat{z}$$

och där Γ är skärningen mellan planet $x + y = 0$ och ytan $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $\;z \ge 0$. Γ genomlöps moturs sett från punkten $(0, 17, 0)$.

5. Beräkna kurvintegralen $\int_\Gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A}(x, y) = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} - y\right)\hat{x} + \left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} + x\right)\hat{y}$$

och Γ är kurvan $9x^2 + 4y^2 = 36$ i planet. Γ genomlöps moturs.

6. Beräkna flödet av vektorfältet

$$\mathbf{A}(x, y, z) = \frac{1}{(x^2 + y^2 - z^2)^{1/2}}[x\,\hat{x} + y\,\hat{y}]$$

genom ytan $S : x^2 + y^2 = 4$, $\;0 \le z \le 1$ (riktning: bort från z-axeln).