

TATA 44 Vektoranalys. TEN 1.**2012-01-12, kl 14.00–18.00**

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget n , där $n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och n godkända uppgifter.

Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys*. Ingen räknedosa tillåten.

Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

1. Beräkna arean av den del av konen $z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2}$ som ligger innanför konen $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

2. Beräkna kurvintegralen $\int_{\Gamma} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A} = (y + z)\hat{x} + (x + z)\hat{y} + (x + y)\hat{z}$$

och Γ är kurvan som är skärningen mellan planet $x + y + z = 0$ och ytan $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z \geq 0$. Γ genomlöps moturs sett från punkten $(1, 1, 0)$.

3. Beräkna flödet av vektorfältet

$$\mathbf{A} = xz(x^2 + y^2)\hat{x} + yz(x^2 + y^2)\hat{y} - 2z^2(x^2 + y^2)\hat{z}$$

ut genom den del av ytan $x^2 + y^2 + 2z^2 = 3$, $z \geq 0$ för vilken $x^2 + y^2 \leq 1$. Normalen pekar bort från origo.

4. Beräkna kurvintegralen $\int_{\Gamma} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A} = \sin^2 \theta \sin \phi \hat{r} + 2 \sin \theta \cos \theta \sin \phi \hat{\theta} + \sin \theta \cos \phi \hat{\phi}$$

och Γ är kurvan med startpunkt i $(1, 1, 0)$ och slutpunkt i $(0, 1, 1)$ (kartesiska koordinater).

5. Beräkna kurvintegralen $\int_{\Gamma} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\rho} \hat{\rho}$$

och Γ är kurvan $3x^2 + 4y^2 = 12$ i xy -planet. Kurvan genomlöps moturs.

6. Beräkna flödet av vektorfältet

$$\mathbf{A} = \frac{\cos^2 \phi}{\rho} \hat{\rho}$$

genom ytan $x^2 + y^2 = z + 1$, $0 \leq z \leq 3$ och $y \geq 0$. Normalen pekar ut från z -axeln.