LINKöPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Peter Basarab-Horwath

TATA 44 Vektoranalys.
2009-10-23, kl 8.00–12.00

Varje uppgift kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyget $n,\ n = 3, 4, 5$, krävs $3n - 1$ poäng och n godkända uppgifter.
Tillåtet hjälpmedel: *Formelbladet i vektoranalys.* Ingen räknedosa tillåten.
Lösningar till tentamen återfinns efter skrivtidens slut på kursens hemsidor.

---

1. Beräkna arean av den del av paraboloiden $2z = x^2 + y^2$ som ligger i klotet $x^2 + y^2 + z^2 \leq 3$.

2. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där $\mathbf{A} = -(y+1)\hat{x} + (x+1)\hat{y}$ och Γ är skärningskurvan mellan planet $2x + 2y + z = 2$ och paraboloiden $z = x^2 + y^2$. Γ genomlöps moturs sett från $(0, 0, 17)$

3. Bestäm en potential till vektorfältet

$$\mathbf{A}(r, \theta, \phi) = \frac{2r\cos\phi}{(1 + r^2)^2}\hat{r} + \frac{\sin\phi}{r(1 + r^2)\sin\theta}\hat{\phi}.$$

Beräkna sedan kurvintegralen $\displaystyle\int_\gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där Γ är kurvan $r = t^2,\ \theta = \dfrac{\pi}{2}t,\ \phi = \dfrac{\pi}{4},\ t : 1 \to 2.$

4. Beräkna kurvintegralen $\displaystyle\int_\gamma \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där $\mathbf{A} = -y^3\hat{x} + (x-2)^3\hat{y}$ och Γ är kurvan som ges av skärningen mellan cylindern $(x-2)^2 + y^2 = 1$ och planet $x + z = 0$. Γ genomlöps moturs sett från $(2, 0, 34)$.

5. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = x\hat{x} + y\hat{y} - 2z\hat{z}$ genom ytan $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 1,\ z \geq 0$.

6. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{A} = (\dfrac{x}{\rho}, \dfrac{y}{\rho}, -\dfrac{z}{\rho})$ ut ur ytan $x^2 + y^2 + z^2 = 1,\ z > 0$ där $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$.