

# TATA45: Komplex analys, 6 hp

## Kurs-PM ht2 2023

Kursens hemsida: <https://courses.mai.liu.se/GU/TATA45/>

### Kurslitteratur

Kursinnehållet täcks av kompendiet **TATA45 Komplex analys**, Lars Alexandersson **2023 eller 2021**, som finns att köpa på Bokab; kompendiet innehåller även problemsamlingen. Kompendiet kan också laddas ner på kurshemsidan.

Även kompendiets upplagor 2019 och 2017 kan användas, i så fall tillsammans med lektionsprogrammen från 2020 respektive 2018, som finns på kurshemsidan – vissa uppgifter har nämligen fått nya nummer. Ännu äldre upplagor är inte lika utförliga och rekommenderas ej.

### Undervisning och hemarbete

Undervisningen består av 14 föreläsningar (28 timmar) och 16 lektioner (32 timmar). Kursen omfattar 6 högskolepoäng, d.v.s. 160 arbetstimmar. Av denna tid är alltså  $28 + 32 = 60$  timmar schemalagda, och den förväntade självstudietiden är 100 timmar.

### Föreläsningar

Föreläsningarna avser att belysa ett urval av kursens idéer. Grundläggande begrepp definieras och samband mellan dessa diskuteras. Gör det gärna till en vana att titta igenom stoffet i förväg. Det är viktigt för inläringen att efter föreläsningen bearbeta innehållet ordentligt.

Föreläsningarna utgör ett komplement till litteraturen. De är inte heltäckande, så du får räkna med att läsa in vissa delar på egen hand.

Videor som tar upp i princip samma saker som salsföreläsningarna finns på kurshemsidan.

### Lektioner

Avsikten med lektionerna är att du ska ha någon att fråga och diskutera med när du undrar över något i kursen. Alla frågor är välkomna, även på annat i kursen än det som den aktuella lektionen är avsedd för. Vi vill hjälpa dig med det som just du behöver för att komma framåt.

På omstående sida finns ett detaljerat föreläsnings- och lektionsprogram. I ditt schema kan det eventuellt vara så att någon lektion kommer senare i förhållande till föreläsningarna jämfört med ordningen i programmet.

Lektionerna är schemalagda i tre 40-salar, oftast samtidigt och i salar i närheten av varandra. Ni kan gå till vilken sal ni vill – fördela er jämnt, om möjligt!

### Examination

Examinator är Lars Alexandersson. Kursen examineras genom en skriftlig tentamen, och frivilliga inlämningsuppgifter kan ge bonus på tentamen för betyg 3.

### Frivilliga inlämningsuppgifter

Tre omgångar med frivilliga inlämningsuppgifter (UPG1,2,3) ges under kursens gång. Varje omgång består av fyra uppgifter, och för godkänd omgång räcker tre godkända uppgifter.

Varje student får egna uppgiftslappar, som i Matematisk grundkurs. De finns tillgängliga på kurshemsidan efter publiceringsdatumet nedan: först publiceras uppgift 1 och 2, och någon vecka senare även uppgift 3 och 4. Lösningarna ska skickas in som handskrivna skannade pdf, se instruktionerna nedan. UPGtest är till för att testa teknik och läsbarhet innan det blir skarpt läge – vi rekommenderar starkt att ni gör denna, och det går snabbt.

Godkända UPG-omgångar får tillgodoräknas så länge som examinationen går till på samma sätt som under kursomgången ht2 2023.

Omgång	Kapitel	Hälften publiceras	Hela publiceras	Sista inlämning
UPGtest	–	–	måndag 30/10 kl 08	måndag 6/11 kl 22.00
UPG1	1 och 2	fredag 3/11 kl 12	fredag 10/11 kl 12	<b>tisdag 14/11 kl 22.00</b>
UPG2	3 och 4	fredag 17/11 kl 12	tisdag 28/11 kl 10	<b>måndag 4/12 kl 22.00</b>
UPG3	5 och 6	fredag 8/12 kl 12	fredag 15/12 kl 12	<b>torsdag 28/12 kl 22.00</b>

Instruktioner för de frivilliga inlämningsuppgifterna:

- Alla hjälpmedel är tillåtna, och det är tillåtet att diskutera uppgifterna med andra kursdeltagare. **Du måste dock skriva dina egna lösningar.**
- Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt **handskrivna** och avslutade med ett svar. Märk varje sida med ditt LiU-id. Sidorna ska **skannas till pdf** och skickas från din LiU-epostadress till [lars.alexandersson@liu.se](mailto:lars.alexandersson@liu.se), se detaljer på varje uppgiftslapp. Vänta inte till sista minuten! **För sent inlämnade uppgifter rättas ej.** Inga returser eller kompletteringar ges.
- **Uträkningar ska redovisas lika noga och fullständigt som vid en tentamen.** Det får alltså inte synas i lösningarna att du har haft tillgång till hjälpmedel. Att bara skriva upp icke-triviala resultat utan härledning (exempelvis samband och formler, derivator, värden på integraler, lösningar av ekvationer, faktoriseringar, termer i serieutvecklingar m.m.) godkänns ej; detta gäller även om du verifierar resultaten i efterhand. Standardresultat är så klart undantagna från detta krav.
- Observera att det ofta är lätt att kontrollera svaren, till exempel med diverse räknehjälpmedel, så huvudregeln är att **rätt svar är nödvändigt – men inte tillräckligt – för godkänd uppgift.**

## Tentamen

Vid *salstentamen* under 2024 gäller följande: Inga hjälpmedel är tillåtna. Tentamen består av två delar: del A med 3 uppgifter (nummer 1–3) och del B med 3 uppgifter (4–6). Uppgift 1 tas från kapitel 1, 2 och 7; uppgift 2 från kapitel 3 och 4; och uppgift 3 från kapitel 5 och 6.

Varje uppgift bedöms som godkänd eller underkänd. Godkända uppgifter ger sedan 2 eller 3 poäng medan underkända ger 0 eller 1 poäng. För godkänd tentamen (betyg 3/4/5) räcker krav K1 och K2, där

K1: 1 poäng på uppgift  $n$  eller – men inte för överbetyg – UPG $n$  godkänd ( $n = 1, 2, 3$ ).

K2: 3/4/5 godkända uppgifter och 8/11/14 poäng totalt, där 1/2 bonuspoäng upp till 8 poäng för betyg 3 erhålls vid behov om 2/3 UPG-omgångar är godkända.

Vad som gäller vid eventuell *distanstentamen* meddelas vid varje enskilt tentamenstillfälle.

## Påbyggnadskurser. Tillämpningar i andra kurser

Kurser i matematik som förutsätter denna kurs är *TATA77 Fourieranalys* och *TATA78 Komplex analys fk*. För information om dessa och andra obligatoriska och valbara matematikkurser, se MAI:s hemsida (adress i skrivande stund <https://old.liu.se/mai>) → Studentsidor → Sammanställning av valbara matematikkurser

Några tillämpade ämnen där komplex analys används är *Elektromagnetism*, *Signaler och system* och *Reglerteknik*.

# Kursprogram ht2 2023

Nummer som står inom parentes avser kompletterande uppgifter som ofta, men inte alltid, är lite svårare – siktar du på överbetyg bör du försöka lösa ett försvarligt antal av dessa.

UPGn anger när (en del av) inlämningsuppgiftsomgång n publiceras på kurshemsidan.

## Funktioner av en komplex variabel. Komplex integration

<i>Rep</i>	<i>av Matematisk grundkurs: 1.1, 1.3, 1.5, 1.6, 1.8</i>	
<b>Fö 1</b>	Komplexa tal och funktioner. Gränsvärden. Kontinuitet	1.1–1.3
Le 1	1.4, 1.7, 1.9ab(cd), 1.10abcde(f), 1.11ab(c), (1.12d, 1.13c), 1.14, (1.15), 1.16, 1.17	
<b>Fö 2</b>	Derivata. Analytiska funktioner. Harmoniska funktioner	1.3–1.4
Le 2	1.20, 1.21, (1.22), 1.23, 1.24, 1.28, 1.29, 1.30, 1.31abc, (1.33, 1.35), 1.36	UPG1
<b>Fö 3</b>	Elementära funktioner	2.1–2.2
<b>Fö 4</b>	Elementära funktioner	2.3–2.4
Le 3	2.2, 2.11, 2.4, 2.5, 2.12, 2.1, 2.6, 2.3, 2.7(abc)defg, 2.13, 2.14a(b), 2.8ab(c), (2.15)	
Le 4	2.18, 2.19bd, 2.20, 2.21, 2.22, 2.23, 2.24c, 2.25ac, (2.26, 2.27)	UPG1
<b>Fö 5</b>	Komplexa kurvintegraler. Primitiva funktioner. Cauchys integralsats	3.1–3.4
Le 5	3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, (3.7), 3.8a(b), 3.10, 3.11	
<b>Fö 6</b>	Cauchys integralformel. Medelvärdesegenskapen. Maximumprincipen	3.4, 3.6
Le 6	3.12, (3.13), 3.14, 3.15, 3.16, (3.17), 3.18ab(c), 3.19, 3.20, (3.21)	UPG2

## Komplexa serier. Residyer och integralberäkning. Argumentprincipen

<i>Rep</i>	<i>av Envariabelanalys 2: 4.1, 4.2, 4.3, 4.6abcd(e), 4.7</i>	
<b>Fö 7</b>	Numeriska serier och potensserier. Maclaurin- och Taylorserier	4.1–4.4
Le 7	4.4abc, 4.5, 4.8, 4.9ab(c), 4.10, (4.11), 4.13, 4.14, (4.15)	
<b>Fö 8</b>	Laurentserier. Liouvilles sats. Nollställen till analytiska funktioner	4.2–4.6
Le 8	4.16, 4.17abcfg, 4.18a(b)c, 4.19, (4.20, 4.21)	UPG2
<b>Fö 9</b>	Entydighetssatsen för analytiska funktioner. Singulariteter. Residyer	4.6, 5.1
Le 9	4.24, 4.25, (4.26, 4.27), 4.29, 4.30, 4.31, 4.32, (4.33)	
<b>Fö 10</b>	Residykalkyl. Integraler av trigonometriska och rationella funktioner	5.1–5.3
Le 10	5.1abc(d), (5.2), 5.3, 5.4, 5.5ab(c), 5.6	
<b>Fö 11</b>	Integraler av Fouriertyp. Indragna konturer. Nyckelhålskonturer	5.4–5.5
Le 11	5.7a, 5.11a, 5.13a, 5.7bc(de), (5.8, 5.9, 5.10), 5.11bc, (5.12), 5.13b, 5.14, (5.15)	
Le 12	5.16ab, 5.17a, 5.19, 5.17b, 5.16c, (5.18, 5.20)	UPG3
<b>Fö 12</b>	Argumentprincipen. Rouchés sats	6.1–6.2
Le 13	6.1, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7ab	
Le 14	6.7cd(e), 6.8abcd(e)	UPG3

## Konforma avbildningar, i huvudsak Möbiusavbildningar

<b>Fö 13</b>	Konforma avbildningar. Möbiusavbildningar	7.1–7.3
<b>Fö 14</b>	Möbiusavbildningar med tillämpningar	7.4–7.5
Le 15	7.1, 7.3, 7.5, 7.6, 7.7, 7.8, 7.9, (7.10, 7.11)	
Le 16	7.14, 7.15, 7.16a(b), 7.17, (7.18), 7.19, (7.20), 7.21	

## Vill du läsa mer komplex analys?

Då kanske **TATA78 Komplex analys fk, 6 hp** är något för dig. Denna fortsättnings- och fördjupningskurs ges vartannat år – nästa gång **vt 2025** – och består av tre delar: *A. Tillämpad komplex analys*: lite mer om residykalkyl, mer om argumentprincipen och mycket mer om grenar till analytiska funktioner och konform avbildning; *B. Riemannsfären och analytisk fortsättning*: komplex analys på Riemannsfären, förgreningspunkter och överlagringar, analytisk och meromorf fortsättning; *C. Riemannytor*: konkreta Riemannytor till bl.a. några vanliga flervärda funktioner (som log, arctan och arcsin), abstrakta Riemannytor. Läs mer på kurshemsidan <https://courses.mai.liu.se/GU/TATA78/>