Lös ekvationen $\sqrt{10+2x}+2x=2$

Lösning

$\boxed{\text{VARNING}}$ Vi kan $\boxed{\text{INTE}}$ kvadrera termvis, dvs vi kan

OBS $\boxed{\text{INTE}}$ skriva om ekvationen som

Så här får du absolut inte göra

$$(\sqrt{10+2x})^2+(2x)^2=(2)^2$$

En sådan omskrivning är principiellt felaktig, och då spelar det ingen roll om den skulle $\boxed{\text{råka}}$ ge rätt lösningar!

Varför kan man inte göra så? Jo, $a+b=c$ säger $\boxed{\text{inte}}$ samma sak som $a^2+b^2=c^2$.

Exempelvis är $1+1=2$, men $1^2+1^2\neq 2^2$.

$\boxed{\text{GÖR SÅHÄR ISTÄLLET}}$

Vi har ett rotuttryck med i ekvationen, så vi vill gärna kvadrera för att bli av med roten. MEN, om vi kvadrerar så måste vi kvadrera hela vänsterledet och hela högerledet!

Vi har sambandet att $a+b=c \Longrightarrow (a+b)^2=c^2$.

Om $a+b$ är lika med c, så är $(a+b)^2$ lika med c^2.

Ska vi vinna något vid kvadreringen, så vill vi alltså att rot-uttrycket ska finnas för sig självt på ena sidan. Möblera om!

$$\sqrt{10+2x}+2x=2 \Longleftrightarrow \sqrt{10+2x}=2-2x \Longrightarrow$$

se till att rot-uttrycket är för sig självt

$$\Longrightarrow 10+2x=(2-2x)^2 \Longleftrightarrow \ldots \Longleftrightarrow \begin{cases} x=3 \text{ eller} \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

kvadrera båda led, här kan det dyka upp för många lösningar så vi $\boxed{\text{måste kontrollera}}$

lös ekvationen på vanligt sätt

OBS: Kvadreringen gör att vi MÅSTE kontrollera. De möjligheter vi fått fram, nämligen $x=3$ eller $x=-\frac{1}{2}$, är de enda x-värden som möjligen kan lösa ekvationen. Det finns inga andra möjligheter. MEN det är inte säkert att båda dessa är lösningar, det kan hända att en av dem eller båda är falska.

Vi kontrollerar, i ursprungliga ekvationen dvs i sambandet $\sqrt{10+2x}+2x=2$!

- $x=3$ ger $VL=\sqrt{10+2\cdot 3}+2\cdot 3=\sqrt{16}+6=4+6=10$

  $HL=2$ så $VL \neq HL$, $x=3$ är inte en lösning.

OBS: $\sqrt{16}=4$ och ingenting annat!

- $x = -\frac{1}{2}$ ger $VL = \sqrt{10 + 2\cdot(-\frac{1}{2})} + 2\cdot(-\frac{1}{2}) =$

$= \sqrt{9} - 1 = 3 - 1 = 2$

$HL = 2$

så $VL = HL$, dvs $x = -\frac{1}{2}$ är en lösning

OBS: $\sqrt{9} = 3$ och ingenting annat!

Alltså är $x = -\frac{1}{2}$ den enda lösningen till ekvationen.

Varför dök den felaktiga lösningen $x = 3$ upp?

Det ser vi efter omskrivningen till $\sqrt{10+2x} = 2 - 2x$!

Här ser vi att $x = 3$ ger $\begin{cases} VL = \sqrt{10+2\cdot3} = \sqrt{16} = 4 \\ HL = 2 - 2\cdot3 = -4 \end{cases}$

Så $VL = -HL$ (så de är inte lika), men när vi kvadrerar så får vi $\begin{cases} VL^2 = 4^2 = 16 \\ HL^2 = (-4)^2 = 16 \end{cases}$!

Kvadreringen kan alltså generera falska lösningar.