Beräkna

a) $\sum_{k=3}^{67}(5-3k)$ b) $\sum_{k=-1}^{104}\frac{1}{3^{2k}}$ c) $\sum_{n=2}^{5}n^2$

Lösning

a) $\sum_{k=3}^{67}(5-3k) = -4-7-10-\ldots-196$ är en aritmetisk summa (med differens (-3)), där första termen är (-4) och sista termen är (-196).

Antalet termer är $67-3+1=65$. Således är

$$\sum_{k=3}^{67}(5-3k) = 65\cdot\frac{-4+(-196)}{2} = 65\cdot(-100) = -6500.$$

b) $\sum_{k=-1}^{104}\frac{1}{3^{2k}} = 9+1+\frac{1}{9}+\frac{1}{9^2}+\ldots+\frac{1}{9^{104}} =$

$$= 9+1+\frac{1}{9}+\left(\frac{1}{9}\right)^2+\ldots+\left(\frac{1}{9}\right)^{104}$$ är en geometrisk summa, med kvoten $\frac{1}{9}$ och första termen är 9. Antalet termer är $104-(-1)+1=106$

Således är $\sum_{k=-1}^{104}\frac{1}{3^{2k}} = 9\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{9}\right)^{106}}{1-\frac{1}{9}} = \frac{81}{8}\left(1-\frac{1}{9^{106}}\right)$

c) $\sum_{n=2}^{5}n^2 = 2^2+3^2+4^2+5^2 = 4+9+16+25 = 54.$