

## Övningsdugga 2, nummer 2, i Matematisk grundkurs

Man får använda passare och linjal. Inga andra hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaret ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Från del A får högst 12 poäng räknas, så du kan som mest få 21 poäng på duggan. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

### Del A

- Bestäm  $\operatorname{Im} \left( \frac{1+2i}{3i-2} \right)$ . (1 p)
  - Bestäm alla lösningar till ekvationen  $2 \sin \left( x + \frac{\pi}{5} \right) = 1$ . (1 p)
  - Beräkna  $\tan \left( \arcsin \frac{1}{\sqrt{6}} \right)$ . (1 p)
  - Vilka  $t$  uppfyller sambandet  $\cos \left( 2t - \frac{\pi}{3} \right) = \cos \left( t + \frac{\pi}{2} \right)$ ? (1 p)
  - Förenkla talet  $\frac{e^{3 \ln 3} - e^{-\ln 3}}{(\ln(e^{-3}))^3}$  så långt som möjligt. (1 p)
- Lös ekvationen  $|x - 5| + x = |2 - x|$ . (2 p)
- Funktionen  $f(x) = \ln(3 - x) - \ln(x - 2)$  är definierad då  $2 < x < 3$ . Bestäm, om möjligt, ett uttryck för  $f^{-1}$ . (2 p)
- Finn alla reella lösningar till ekvationen  $3e^{3x} - e^{2x} = 12e^x - 4$ . (2 p)
- Skriv  $\sin x - \sqrt{3} \cos x$  på formen  $C \sin(x + v)$ , där konstanten  $C > 0$  och  $-\pi < v \leq \pi$ . (2 p)
- Vilka komplexa tal  $z$  uppfyller  $(z + 1)^3 = -2i$ ? (2 p)

### Del B

- Lös ekvationen  $4 \cos 7x \sin^2 3x = \cos x - \cos 13x$ . (3 p)
- I en geometrisk summa är skillnaden mellan första och tredje termen 2 medan summan av de fyra första termerna är 5. Bestäm alla värden som femte termen kan anta. (3 p)
- Skriv  $\alpha = \arctan 3 + \arccos \left( -\frac{2}{\sqrt{5}} \right)$  på enklast möjliga form. (3 p)