

## Dugga 1 i Matematisk grundkurs

2017–10–02 kl 14–17

Man får använda passare och linjal. Inga andra hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaret ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Uppgifterna bedöms med 0–3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 7 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

- (a) Förenkla uttrycket  $\frac{\frac{x-y}{y} - \frac{x}{\frac{1}{y} - \frac{1}{x}}}{\frac{1}{y} - \frac{1}{x}}$  så långt som möjligt. (1 p)

(b) Bestäm radie och medelpunkt för cirkeln  $x^2 + 4x + y^2 - y + 2 = 0$ . (1 p)

(c) Beräkna  $\sum_{k=4}^{25} \frac{3}{2^k}$ . (1 p)
- Bestäm alla lösningar till ekvationen  $\frac{x}{2} + \sqrt{7-x} = 2$ .
- För vilka reella  $x$  gäller olikheten  $x < \frac{x+5}{x-3}$  ?
- (a) Räkna ut  $\left| \frac{(1-2i)(3+i)^2}{i(2-i)} \right|$ . (1 p)

(b) Lös ekvationen  $z^2 - 4iz - 9 = 12i$ . (2 p)
- Hur stor area har den största rektangel som har sina hörn på en cirkel med radie  $R$ ?  
Obevisade påståenden accepteras inte.