Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Kurskod: TATA68
Provkod: TEN1

Dugga 1 i Matematisk grundkurs

2018–09–14 kl 8-11

Man får använda passare och linjal. Inga andra hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaret ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Från del A får högst 9 poäng räknas, så du kan som mest få 15 poäng på duggan. För godkänt betyg (G) räcker 7 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Del A

1. (a) Skriv talet $\dfrac{4-3i}{2-i}$ på formen $a+bi$, där a och b är reella tal.. (1 p)

   (b) Bestäm, med hjälp av kvadratkomplettering, minsta värdet av (1 p)
$$p(x) = x^2 - 4x + 7.$$

   (c) Beräkna $\displaystyle\sum_{k=3}^{27} 2{\cdot}3^k$. (1 p)

   (d) Förenkla $\dbinom{17}{15} - \dbinom{16}{14}$ så långt som möjligt. (1 p)

2. Lös ekvationen $x + \sqrt{2x+5} = 5$. (2 p)

3. Bestäm alla reella x sådana att $2|x| = 3 + |x-1|$. (2 p)

4. För vilka reella x gäller olikheten $\dfrac{x}{x+2} < \dfrac{x+2}{x}$? (2 p)

5. Bestäm alla z sådana att $z^2 = 5 - 12i$. (2 p)

Del B

6. En linje går genom punkterna $(x, y) = (-2, 0)$ och $(x, y) = (7, 3)$. Bestäm alla punkter där denna linje skär cirkeln $x^2 + 2x + y^2 = 0$. För full poäng krävs en tydlig figur där även cirkelns radie och medelpunkt framgår. (3 p)

7. Polynomet $p(z) = z^4 + 2z^3 + 3z^2 + 8z - 4$ har minst ett rent imaginärt nollställe. Faktorisera $p(z)$ så långt som möjligt i reella faktorer. (3 p)