

Dugga 2 i Matematisk Grundkurs, TATA68/TEN2 2015-10-23, kl. 08-12

Inga hjälpmedel.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar på så enkel form som möjligt. Varje uppgift är värd 3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

- (a) Lös ekvationen $x = \sqrt{\frac{3-5x}{2}}$. (2 p)

(b) Beräkna $\operatorname{Im}\left(\frac{3}{i-1} - i\frac{2}{2+i}\right)$. (1 p)
- (a) Lös ekvationen $4^x - 2^{x+3} + 2^4 = 1$. (1 p)

(b) För vilka reella x gäller sambandet $\ln(e^2x) = \frac{1}{\ln x}$? (2 p)
- (a) Finn alla reella lösningar till ekvationen $\sin\left(2x - \frac{\pi}{8}\right) = \sin\left(6x + \frac{\pi}{4}\right)$. (1 p)

(b) Lös ekvationen $2 \cos 2x = 1 + 4 \cos x$. (2 p)
- Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \ln\left(\frac{2x-3}{x-5}\right)$.
- Lös ekvationen $\frac{e^{\sqrt{3}(\sqrt{2}-\sin 2x)}}{e^{3 \cos 2x}} = 1$.
- (a) Skriv $\alpha = \arctan(-2) + \arctan(-3)$ på enklast möjliga form. (2 p)

(b) Förenkla $\arctan(\tan 2) \frac{\arccos(\cos 2)}{\arcsin(\sin 2)}$ så långt som möjligt. (1 p)
- Finn alla reella lösningar till $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-2)^k \cos^k 2x = (-1)^n 2^{n+1}$ för alla $n = 1, 2, 3, \dots$