

Dugga 2 i Matematisk Grundkurs, TATA68/TEN2 2016-10-22, kl. 08-12

Inga hjälpmedel.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar på så enkel form som möjligt. Varje uppgift är värd 3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Besök görs i salen ca kl. 9.15

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan senast måndag 24 oktober.

1. (a) Lös olikheten $x \cdot \frac{x+2}{2-3x} > 8x+3$. (2 p)

(b) Skriv uttrycket

$$\sum_{k=0}^{42} \binom{42}{k} 3^{42-k} 2^k$$

på enklast möjliga form. (1 p)

2. (a) Finn alla lösningar till ekvationen $\sqrt{3} \tan x = -1$. (1 p)

(b) Beräkna $\tan \alpha$ och $\sin \beta$ om $\alpha = \arcsin \frac{1}{4}$ och $\beta = 2 \arctan \frac{5}{12}$. (2 p)

3. (a) Vilka x uppfyller sambandet $\ln 4x^2 = 2 \ln(x+5) + \ln x^2$? (1 p)

(b) Lös ekvationen $49^x - 7^{x+1} + 12 = 0$. (1 p)

(c) Visa att $2^x \cdot 3^x = 6^x$ för alla reella x .
Räknelagar för \ln och \exp får användas utan att du först bevisar dem. (1 p)

4. Skriv $\sin 3x \cos^2 4x$ som en summa av \cos - och/eller \sin -termer.

Lös också ekvationen $4 \sin 3x \cos^2 4x = 3 \sin 3x - \sin 5x$.

5. (a) Skriv $w = \left(\frac{1-i}{\sqrt{3}+i} \right)^{15}$ på formen $w = a + bi$, $a, b \in \mathbf{R}$. (1 p)

(b) Finn alla komplexa lösningar till ekvationen $z^3 = 1 + 2i$. (2 p)

6. Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om

$$f(x) = \ln(2\sqrt{1-x} - 2\sqrt{1+x}).$$

7. Beräkna $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \arcsin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi k}{2n}\right)$ för $n = 1, 2, 3, \dots$