

Dugga 2 i Matematisk Grundkurs, TATA68/TEN2 2016-11-11, kl. 08-12

Inga hjälpmedel.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar på så enkel form som möjligt. Varje uppgift är värd 3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Besök görs i salen ca kl. 9.15

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan, senast kl 17 på skrivningsdagen.

1. (a) Lös ekvationen $\sqrt{4x^2 - 32x + 36} = 2\sqrt{3 - 3x}$. (1 p)

(b) Förenkla uttrycket $\sum_{k=-2}^6 3 \cdot 2^k$ så långt som möjligt. (1 p)

(c) Avgör för vilka $a \in \mathbb{R}$ som $p(x) = x^2 + 2ax + 9$ har två reella nollställen. (1 p)

2. (a) Skriv $z = -1 - 4i$ på polär form. (1 p)

(b) Bestäm alla komplexa lösningar till ekvationen $z^3 = -\frac{1}{8}$.
Ange svaret på $a + bi$ -form. (2 p)

3. (a) Vilka x uppfyller sambandet $\ln 2 + \ln(2x^2 - 9) = \ln(-x)$? (2 p)

(b) Visa att $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$, utan att använda additionsformler. (1 p)

4. Lös ekvationen $4 \cos^3 x + 8 \sin^2 x - 3 \cos x - 2 = 0$.

5. (a) Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om (2 p)

$$f(x) = \frac{2 \ln(x+4) - 1}{1 + 3 \ln(x+4)}$$

(b) Motivera varför $g(x) = 5 - x^3 - x$ är inverterbar, och bestäm $g^{-1}(3)$. (1 p)

6. (a) Beräkna $\arccos \left(\tan \left(\arcsin \left(\cos \left(\frac{3\pi}{4} \right) \right) \right) \right)$. (1 p)

(b) Visa att $\sin \left(\frac{13\pi}{24} \right) \sin \left(\frac{7\pi}{24} \right) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{4}$. (2 p)

7. Avgör för vilka reella konstanter a, b som ekvationen

$$e^{x(b^2 + b + i)} = ai + 3 \cos x$$

har minst en lösning $x \in \mathbb{R}$.