Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Kurskod: TATA68
Provkod: TEN2

Dugga 2 i Matematisk grundkurs

2017–10–20 kl 8.00–12.00

Man får använda passare, linjal och gradskiva. Inga andra hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Uppgifterna bedöms med 0–3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Svar m m finns att hämta på kurshemsidan efter duggans slut. Resultat meddelas i e-brev.

1. (a) Beräkna $\displaystyle\sum_{k=3}^{50} \frac{2^k}{3^{k+1}}$. (1 p)

   (b) Lös ekvationen $\displaystyle\binom{n}{n-2} = 36$. (1 p)

   (c) För vilka $z \in \mathbf{C}$ gäller det att $(4+i)\bar{z} - 2iz = 4 - 2i$? (1 p)

2. (a) Lös ekvationen $\ln(x+3) + \ln(2-x) = \ln(2-4x)$. (2 p)

   (b) Förenkla uttrycket $\displaystyle\frac{e^{3\ln 3} - e^{-\ln 3}}{\ln\left(4\left(e^{-\ln 2}\right)^2\right) + \left(\ln\left(e^{-3}\right)\right)^3}$. (1 p)

3. (a) Finn alla lösningar till ekvationen $\cos 3x + \cos 5x = 0$. (1 p)

   (b) Beräkna $\tan\left(\arcsin \dfrac{1}{\sqrt{8}}\right)$. (1 p)

   (c) Bestäm $\sin 2v$ om $\pi < v < 2\pi$ och $\cos v = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. (1 p)

4. (a) Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \dfrac{1}{1+\ln(7-3x)}$. (2 p)

   (b) Bestäm (om möjligt) ett uttryck för g^{-1} om $g(x) = x^4 - 2x^2 + 7$. (1 p)

5. Skriv $\sin 2x \sin 3x \sin 5x$ som en summa av cos- och/eller sin-termer.

   Lös också ekvationen $4\sin 2x \sin 3x \sin 5x = \sin 4x$.

6. Finn alla komplexa lösningar till ekvationen $(z+2i)^5 = \dfrac{4i-4}{1-i\sqrt{3}}$.

7. Rita grafen till $f(x) = \begin{cases} 2-4k-\cos x & \text{om } (2k-1)\pi \le x < 2k\pi \\ -4k+\cos x & \text{om } 2k\pi \le x < (2k+1)\pi \end{cases}$, där $k \in \mathbf{Z}$.

   Har f en invers? Bestäm i så fall ett uttryck för f^{-1}.