

Dugga 2 i Matematisk grundkurs

2017–11–10 kl 8.00–12.00

Man får använda passare, linjal och gradskiva. Inga andra hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Uppgifterna bedöms med 0–3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Svar mm finns att hämta på kurshemsidan efter duggans slut. Resultat meddelas i e-brev.

1. (a) Vilka x löser ekvationen $|2 - x| + 3x = 5$. (1 p)

(b) Beräkna $\sum_{k=4}^{130} (3k - 1)$. (1 p)

(c) Vilka komplexa tal z uppfyller $0 < |z + 2 - 3i| < 2$? Illustrera i en figur. (1 p)

2. (a) Lös ekvationen $\ln(x + 2) = \ln(3 - x) - \ln(x + 5)$ (2 p)

(b) Bestäm alla reella lösningar till ekvationen $4^x + 2^{x+1} = \frac{5}{4}$. (1 p)

3. (a) Finn alla lösningar till ekvationen $2 \sin^2 x + \sin x = 1$. (2 p)

(b) Förenkla $\cos(\arctan 5)$ så långt som möjligt. (1 p)

4. (a) Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \ln \frac{x-1}{x+2}$. (2 p)

(b) Bevisa, utgående från räknelagar för den naturliga logaritmen och definitionen av exponentialfunktionen, att $\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$ då x och y är reella tal. (1 p)

5. Skriv $\cos^3 x$ som en summa av cos- och/eller sin-termer. Lös också ekvationen

$$4 \cos^3 2x = 5 \cos 2x - \cos 6x.$$

6. (a) Skriv talet $\frac{1+i}{1-i\sqrt{3}}$ på polär form. (1 p)

(b) Bestäm konstanterna A och φ så att $A > 0$ och $-\pi < \varphi \leq \pi$ och så att (2 p)

$$\cos x - \sin x = A \sin(x + \varphi).$$

7. För vilka x gäller olikheten $e^{1/x} \geq \frac{5e^{1/x} + 8}{2e^{1/x} - 1}$?