

## Dugga 2 i Matematisk grundkurs

2018–11–16 kl 8-12

Man får använda passare och linjal. Inga formelsamlingar eller andra hjälpmedel är tillåtna. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaret ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Från del A får högst 12 poäng räknas, så du kan som mest få 21 poäng på duggan. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

### Del A

- Bestäm alla  $x$  som uppfyller sambandet  $|x - 3| - 2x = 1$ . (1 p)
  - Förenkla uttrycket  $\frac{e^{2\ln 3 - \ln 2}}{\ln \sqrt{e}}$  så långt som möjligt. (1 p)
  - Skriv talet  $z = i\sqrt{3} - 3$  på polär form. (1 p)
  - Beräkna  $\tan\left(\arcsin \frac{1}{7}\right)$ . (1 p)
  - Rita grafen till funktionen  $f(x) = 1 + 3 \arccos 2x$ . Rita en tydlig figur. (1 p)
- Lös ekvationen  $\ln(x + 3) = 2 \ln(9 - x)$ . (2 p)
- För vilka  $x$  gäller olikheten  $x < \frac{2x}{2x + 1}$ ? (2 p)
- Bestäm konstanterna  $A$  och  $\alpha$  så att  $A \geq 0$  och  $0 < \alpha \leq 2\pi$  och så att  
$$\sqrt{3} \cos v + \sin v = A \sin(v + \alpha) \quad \text{för alla } v \in \mathbf{R}.$$
 (2 p)
- Betrakta funktionen  $f(x) = \frac{7 - \sqrt{x + 1}}{3 + \sqrt{x + 1}}$ . Bestäm definitionsmängden för  $f$  samt, om möjligt, ett uttryck för den inversa funktionen  $f^{-1}$ . (2 p)
- Lös ekvationen  $\cos 2x = 3 \cos x + 1$ . (2 p)

### Del B

- Finn alla lösningar till ekvationen  $4 \sin^2 3x \cos 5x = \cos 5x - \cos x$ . (3 p)
- Den hyperboliska funktionen  $\sinh x$  definieras som  $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$  för reella  $x$ .
  - Visa att  $\sinh x$  är en strängt växande funktion. (1 p)
  - Bestäm den inversa funktionen till  $\sinh x$ . (2 p)
- Bestäm alla komplexa tal  $z$  som uppfyller  $\left(\frac{z + 1}{z - i}\right)^4 = \frac{1 + i}{1 - i\sqrt{3}}$ . (3 p)