

Tentamen i Matematisk grundkurs 2016-01-04 kl 14-19

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng¹ till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar mm finns att hämta på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Lös ekvationen $x + \sqrt{3 - 2x} = 0$. (2 p)

(b) För vilka reella x är $\ln(e^x + 2) = x + \ln 2$? (1 p)

2. Skriv $\sin^2 x \cos 3x$ som en summa av cos- och/eller sin-termer.

Lös också ekvationen $4 \sin^2 x \cos 3x + \cos 5x + \cos x = \sqrt{2}$.

3. Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \frac{2}{1 - \ln 3x}$.

4. Vilka $x \in \mathbf{R}$ uppfyller sambandet $\ln(2 - |x|) + \ln(4 - x) = \ln 5$?

5. (a) Formulera binomialsatsen. (1 p)

(b) Bestäm koefficienten för x^{100} i uttrycket $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^{101}$.
Binomialkoefficienter får förekomma i svaret. (1 p)

(c) Bevisa att $\frac{e^{ix}}{e^{iy}} = e^{i(x-y)}$ för alla reella tal x och y .
Endast definitioner och trigonometriska räknelagar får användas utan att de först bevisas. (1 p)

6. Förenkla $\alpha = 2 \arcsin \frac{1}{\sqrt{5}} - \arctan \frac{1}{7}$ så långt som möjligt.

7. Vilka värden kan w anta om $w = \frac{z - 2i}{z + 2i}$, där z är ett godtyckligt komplext tal med $|z| = 1$? Tolka geometriskt.

¹Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Minst 6 poäng på dugga 2 ger 2 bonuspoäng, godkänd dugga 2 ger ytterligare 2 bonuspoäng, dvs godkänd dugga 2 ger totalt 4 bonuspoäng.