LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Martin Bengtsson

Kurskod: TATA68
Provkod: TEN3

Tentamen i Matematisk grundkurs 2016-08-16 kl 14-19

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng[1] till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar m m finns att hämta på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Lös olikheten $\dfrac{x^2+3x+2}{x-5} < x+1$. (1 p)

   (b) Beräkna $-19-12-5+2+\ldots+667+674$? (1 p)

   (c) Definiera $\dbinom{n}{k}$ för heltal n och k sådana att $1 \leq k \leq n$. (1 p)

2. Lös ekvationen $\ln(x+2)-\ln(4-x) = \dfrac{1}{2}\ln x$.

3. (a) För vilka $x \in \mathbf{R}$ gäller sambandet $\sin 5x = \sin 3x$? (1 p)

   (b) Lös ekvationen $\tan 2x = 3\tan x$. (2 p)

4. Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \ln\left(\dfrac{1+e^{2x}}{7-e^{2x}}\right)$.

5. (a) Bestäm $\cos(\arctan(-2))$. (1 p)

   (b) Vilket av talen $\alpha = 2\arctan 3$ och $\beta = \arccos\left(-\sqrt{\dfrac{3}{5}}\right)$ är störst? (2 p)

6. Bestäm alla komplexa lösningar till ekvationen $z^4 + 25\cos\dfrac{\pi}{5} = i\cdot 25\sin\dfrac{\pi}{5}$.

7. Visa att $\left(\dfrac{\operatorname{Re} z}{z}\right)^n = 2^{-n}\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\left(\frac{|z|}{z}\right)^{2k}$ för alla komplexa $z \neq 0$, där $n = 1, 2, 3, \ldots$.

[1] Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Minst 6 poäng på dugga 2 ger 2 bonuspoäng, godkänd dugga 2 ger ytterligare 2 bonuspoäng, d v s godkänd dugga 2 ger totalt 4 bonuspoäng.