

Tentamen i Matematisk grundkurs 2018-08-21 kl 14-19

Inga hjälpmedel är tillåtna (penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva *får* användas). Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng¹ till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar m m finns på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Bestäm alla lösningar till $\frac{x}{x-1} > \frac{x}{x+1}$. (1 p)

(b) Finns det förstgradspolynom $p(x)$ och $q(x)$ sådana att (1 p)

$$\frac{x^3 - 1}{2x^2 + x + 1} = p(x) + \frac{q(x)}{2x^2 + x + 1}?$$

Bestäm i så fall sådana p och q .

(c) Definiera \sqrt{a} för $a \geq 0$. (1 p)

2. (a) Beräkna $\sum_{k=-26}^{27} k^3$ och $\sum_{k=-26}^{27} 3^k$. (2 p)

(b) Bestäm $\left| e^{2i} \left(2i + \frac{1}{1+i} \right) \right|$. (1 p)

3. (a) Lös ekvationen $6 \cdot 3^{3x-1} + 5 \cdot 9^x = 3^{x+1}$. (2 p)

(b) För vilka reella x är $\sqrt{\ln x} = \ln \sqrt{x}$? (1 p)

4. (a) Skriv $\sin^2 3x \cos 5x$ som en summa av cos- och/eller sin-termer. (2 p)

(b) Beräkna $\tan \left(\arccos \left(-\frac{3}{4} \right) \right)$. (1 p)

5. För vilka $z \in \mathbf{C}$ gäller $z^7 + 7i = 7$?

6. Bestäm D_f samt (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \sqrt{2\pi - 3 \arccos \frac{x-1}{x}}$.

7. Givet att c är hypotenusan i en rätvinklig triangel med sidor a , b och c , beräkna

$$v = \arctan \frac{b+c}{a} + \arctan \frac{a+c}{b}.$$

¹Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Minst 6 poäng på dugga 2 ger 2 bonuspoäng, godkänd dugga 2 ger ytterligare 2 bonuspoäng, d v s godkänd dugga 2 ger totalt 4 bonuspoäng.