Exempel

Beskriv skärningen mellan de två mängderna i $\mathbb{R}^3$ som ges av

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + 2z \leq 3\}$$

respektive

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 1, y \geq 1, z \geq 0\}.$$

Lösning

En olikhet på formen $ax + by + cz \leq d$ (eller $\geq d$) ger upphov till ett slutet halvrum som ligger på en sida om planet $ax + by + cz = d$ med normal (a, b, c).

Lösning

En olikhet på formen $ax + by + cz \leq d$ (eller $\geq d$) ger upphov till ett slutet halvrum som ligger på en sida om planet $ax + by + cz = d$ med normal (a, b, c).

$$M = \begin{aligned} & \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + 2z \leq 3\} \cap \\ & \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 1, y \geq 1, z \geq 0\} \end{aligned}$$

ges av de punkter (x, y, z) som uppfyller de fyra olikheterna $x + y + 2z \leq 3$, $x \geq 1$, $y \geq 1$ och $z \geq 0$.

Lösning

En olikhet på formen $ax + by + cz \leq d$ (eller $\geq d$) ger upphov till ett slutet halvrum som ligger på en sida om planet $ax + by + cz = d$ med normal (a, b, c).

$$\begin{aligned} M = \quad & \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + 2z \leq 3\} \cap \\ & \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 1, y \geq 1, z \geq 0\} \end{aligned}$$

ges av de punkter (x, y, z) som uppfyller de fyra olikheterna $x + y + 2z \leq 3$, $x \geq 1$, $y \geq 1$ och $z \geq 0$.
Vardera av dessa olikheter ger alltså upphov till ett halvrum, och vår mängd är snittet mellan dessa fyra halvrum.

Lösning

En olikhet på formen $ax + by + cz \leq d$ (eller $\geq d$) ger upphov till ett slutet halvrum som ligger på en sida om planet $ax + by + cz = d$ med normal (a, b, c).

$$\begin{aligned} M = \quad & \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + 2z \leq 3\} \cap \\ & \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 1, y \geq 1, z \geq 0\} \end{aligned}$$

ges av de punkter (x, y, z) som uppfyller de fyra olikheterna $x + y + 2z \leq 3$, $x \geq 1$, $y \geq 1$ och $z \geq 0$.
Vardera av dessa olikheter ger alltså upphov till ett halvrum, och vår mängd är snittet mellan dessa fyra halvrum.

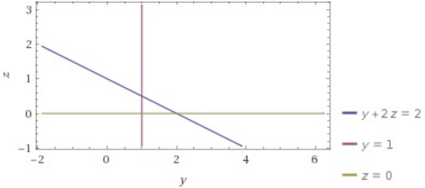
Snitt med halvplan

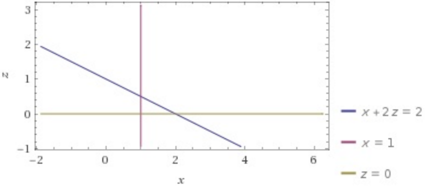
För att förstå området kan det vara bra att först notera att randen ligger i de plan som ges av $x + y + 2z = 3$, $x = 1$, $y = 1$ respektive $z = 0$.

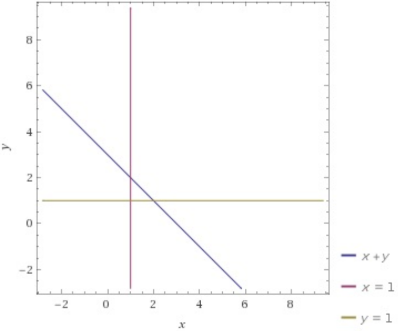
Snitt med halvplan

För att förstå området kan det vara bra att först notera att randen ligger i de plan som ges av $x + y + 2z = 3$, $x = 1$, $y = 1$ respektive $z = 0$.

Det kan vara värt att plotta hur randens snitt ser ut för några av dessa:







Plot

Området är alltså en sluten tetraeder: