

# Exempel

Rita nivåkurvorna  $f(x, y) = c$  då  $f(x, y) = x^2 - y^2 - 4y$  för  $c = -1, 0, 1$ .

$$x^2 - y^2 - 4y = c \Leftrightarrow x^2 - (y + 2)^2 + 4 = c.$$

$$x^2 - y^2 - 4y = c \Leftrightarrow x^2 - (y + 2)^2 + 4 = c.$$

Eftersom  $4 - c \geq 0$  för de  $c$  vi ska titta på löser vi ut

$$(y + 2)^2 - x^2 = 4 - c \Leftrightarrow y = -2 \pm \sqrt{x^2 + 4 - c}.$$

$$x^2 - y^2 - 4y = c \Leftrightarrow x^2 - (y + 2)^2 + 4 = c.$$

Eftersom  $4 - c \geq 0$  för de  $c$  vi ska titta på löser vi ut

$$(y + 2)^2 - x^2 = 4 - c \Leftrightarrow y = -2 \pm \sqrt{x^2 + 4 - c}.$$

Detta ger hyperblar med asymptoter  $y = -2 \pm x$ .

$$x^2 - y^2 - 4y = c \Leftrightarrow x^2 - (y + 2)^2 + 4 = c.$$

Eftersom  $4 - c \geq 0$  för de  $c$  vi ska titta på löser vi ut

$$(y + 2)^2 - x^2 = 4 - c \Leftrightarrow y = -2 \pm \sqrt{x^2 + 4 - c}.$$

Detta ger hyperblar med asymptoter  $y = -2 \pm x$ .

För  $c = -1$  skär dessa  $y$ -axeln (d.v.s. när  $x = 0$ ) i  $y = -2 + \sqrt{5}$  och  $y = -2 - \sqrt{5}$ .

$$x^2 - y^2 - 4y = c \Leftrightarrow x^2 - (y + 2)^2 + 4 = c.$$

Eftersom  $4 - c \geq 0$  för de  $c$  vi ska titta på löser vi ut

$$(y + 2)^2 - x^2 = 4 - c \Leftrightarrow y = -2 \pm \sqrt{x^2 + 4 - c}.$$

Detta ger hyperblar med asymptoter  $y = -2 \pm x$ .

För  $c = -1$  skär dessa  $y$ -axeln (d.v.s. när  $x = 0$ ) i  $y = -2 + \sqrt{5}$  och  $y = -2 - \sqrt{5}$ .

För  $c = 0$  skär dessa  $y$ -axeln i  $y = 0$  och  $y = -4$ .

$$x^2 - y^2 - 4y = c \Leftrightarrow x^2 - (y + 2)^2 + 4 = c.$$

Eftersom  $4 - c \geq 0$  för de  $c$  vi ska titta på löser vi ut

$$(y + 2)^2 - x^2 = 4 - c \Leftrightarrow y = -2 \pm \sqrt{x^2 + 4 - c}.$$

Detta ger hyperblar med asymptoter  $y = -2 \pm x$ .

För  $c = -1$  skär dessa  $y$ -axeln (d.v.s. när  $x = 0$ ) i  $y = -2 + \sqrt{5}$  och  $y = -2 - \sqrt{5}$ .

För  $c = 0$  skär dessa  $y$ -axeln i  $y = 0$  och  $y = -4$ .

För  $c = 1$  skär dessa  $y$ -axeln i  $y = -2 + \sqrt{3}$  och  $y = -2 - \sqrt{3}$ .

# Nivåkurvor

