

Lös systemet av partiella differentialekvationer i \mathbb{R}^2 :

$$\begin{cases} z'_x = y \cos x, \\ z'_y = \sin x + 2y. \end{cases}$$

Vi vill alltså hitta alla $z = f(x, y)$ som löser de två ekvationerna $z'_x = y \cos x$ och $z'_y = \sin x + 2y$ simultant.

Vi vill alltså hitta alla $z = f(x, y)$ som löser de två ekvationerna $z'_x = y \cos x$ och $z'_y = \sin x + 2y$ simultant.

$$z'_x = y \cos x$$

Vi vill alltså hitta alla $z = f(x, y)$ som löser de två ekvationerna $z'_x = y \cos x$ och $z'_y = \sin x + 2y$ simultant.

$$z'_x = y \cos x \Rightarrow z = y \sin x + h(y).$$

Vi vill alltså hitta alla $z = f(x, y)$ som löser de två ekvationerna $z'_x = y \cos x$ och $z'_y = \sin x + 2y$ simultant.

$$z'_x = y \cos x \Rightarrow z = y \sin x + h(y).$$

$$\Rightarrow z'_y = \sin x + h'(y)$$

Vi vill alltså hitta alla $z = f(x, y)$ som löser de två ekvationerna $z'_x = y \cos x$ och $z'_y = \sin x + 2y$ simultant.

$$z'_x = y \cos x \Rightarrow z = y \sin x + h(y).$$

$$\Rightarrow z'_y = \sin x + h'(y) = \sin x + 2y.$$

Vi vill alltså hitta alla $z = f(x, y)$ som löser de två ekvationerna $z'_x = y \cos x$ och $z'_y = \sin x + 2y$ simultant.

$$z'_x = y \cos x \Rightarrow z = y \sin x + h(y).$$

$$\Rightarrow z'_y = \sin x + h'(y) = \sin x + 2y.$$

$$\Rightarrow h'(y) = 2y$$

Vi vill alltså hitta alla $z = f(x, y)$ som löser de två ekvationerna $z'_x = y \cos x$ och $z'_y = \sin x + 2y$ simultant.

$$z'_x = y \cos x \Rightarrow z = y \sin x + h(y).$$

$$\Rightarrow z'_y = \sin x + h'(y) = \sin x + 2y.$$

$$\Rightarrow h'(y) = 2y \Rightarrow h(y) = y^2 + c.$$

Vi vill alltså hitta alla $z = f(x, y)$ som löser de två ekvationerna $z'_x = y \cos x$ och $z'_y = \sin x + 2y$ simultant.

$$z'_x = y \cos x \Rightarrow z = y \sin x + h(y).$$

$$\Rightarrow z'_y = \sin x + h'(y) = \sin x + 2y.$$

$$\Rightarrow h'(y) = 2y \Rightarrow h(y) = y^2 + c.$$

SVAR: $z = y \sin x + y^2 + c$.