Exempel

Bestäm ekvationer för tangentlinjen och normallinjen i punkten $(1, 2)$ till kurvan

$$x^3 + y^2 = 5.$$

Lösning

$$f(x, y) = x^3 + y^2 = 5.$$

Lösning

$$f(x,y) = x^3 + y^2 = 5.$$

$f(1,2) = 5$, så $(1,2)$ ligger på kurvan.

Lösning

$$f(x, y) = x^3 + y^2 = 5.$$

$f(1, 2) = 5$, så $(1, 2)$ ligger på kurvan.

$$\nabla f = (f_x', f_y') = (3x^2, 2y).$$

Lösning

$$f(x, y) = x^3 + y^2 = 5.$$

$f(1, 2) = 5$, så $(1, 2)$ ligger på kurvan.

$$\nabla f = (f'_x, f'_y) = (3x^2, 2y).$$

$$\nabla f(1, 2) = (3, 4).$$

Tangentlinjen ges av

$$\nabla f(1, 2) \bullet ((x, y) - (1, 2)) = 0$$

Lösning

$$f(x, y) = x^3 + y^2 = 5.$$

$f(1, 2) = 5$, så $(1, 2)$ ligger på kurvan.

$$\nabla f = (f'_x, f'_y) = (3x^2, 2y).$$

$$\nabla f(1, 2) = (3, 4).$$

Tangentlinjen ges av

$$\nabla f(1, 2) \bullet ((x, y) - (1, 2)) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3, 4) \bullet ((x, y) - (1, 2)) = 0$$

Lösning

$$f(x,y) = x^3 + y^2 = 5.$$

$f(1,2) = 5$, så $(1,2)$ ligger på kurvan.

$$\nabla f = (f'_x, f'_y) = (3x^2, 2y).$$

$$\nabla f(1,2) = (3,4).$$

Tangentlinjen ges av

$$\nabla f(1,2) \bullet ((x,y) - (1,2)) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3,4) \bullet ((x,y) - (1,2)) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y = 11.$$

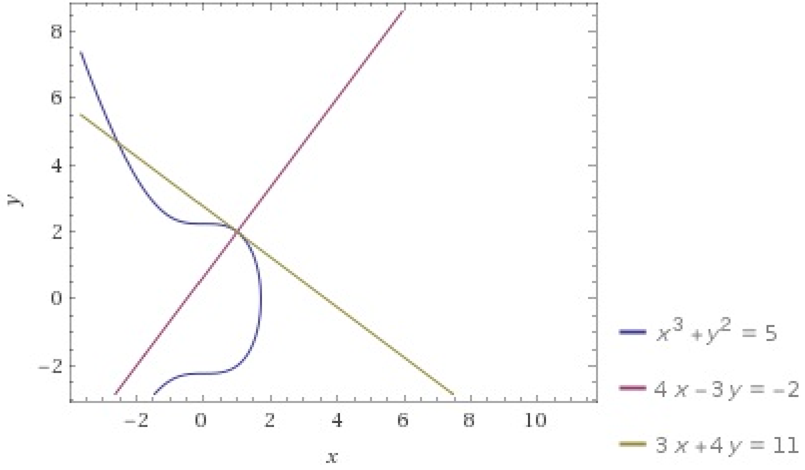
Lösning

Eftersom $\nabla f(1,2) = (3,4)$ är en normal till kurvan är $(4,-3)$ en tangent till kurvan (eftersom $(3,4) \bullet (4,-3) = 0$).

Lösning

Eftersom $\nabla f(1,2) = (3,4)$ är en normal till kurvan är $(4,-3)$ en tangent till kurvan (eftersom $(3,4) \bullet (4,-3) = 0$). Så normallinjen ges av

$$(4,-3) \bullet ((x,y) - (1,2)) = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y = -2.$$


$x^3 + y^2 = 5$
$4x - 3y = -2$
$3x + 4y = 11$
x
y
-2
0
2
4
6
8
10