

Sfäriska (rymdpolära) koordinater

Flervariabelanalys

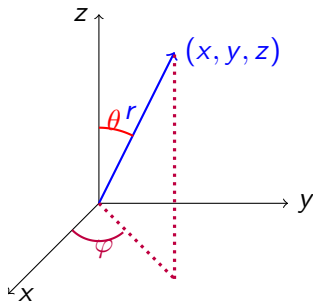
Linköpings Universitet

Sfäriska koordinater:

- Sfäriska (rymdpolära) koordinater:

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \varphi \\ y = r \sin \theta \sin \varphi \\ z = r \cos \theta, \end{cases}$$

där $r = |(x, y, z)| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ och $0 \leq \theta \leq \pi$ (obs!) och φ är begränsad till ett för det aktuella problemet lämpligt valt intervall av längd 2π .



Sfäriska koordinater:

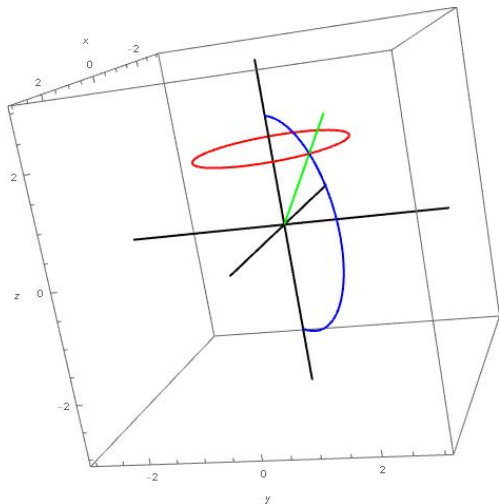
$$dx dy dz = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi.$$

$$dx dy dz = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi.$$

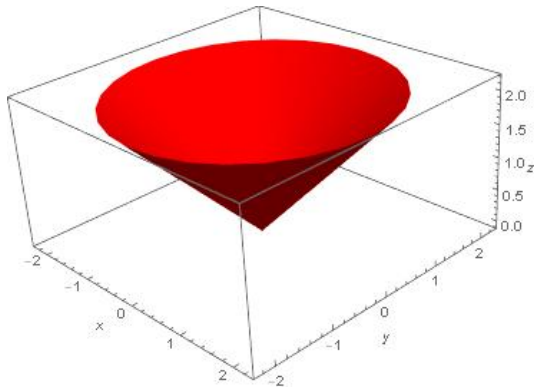
Ovanstående formel följer av att

$$\frac{d(x, y, z)}{d(r, \theta, \varphi)} = \begin{vmatrix} x'_r & x'_\theta & x'_\varphi \\ y'_r & y'_\theta & y'_\varphi \\ z'_r & z'_\theta & z'_\varphi \end{vmatrix} =$$
$$\begin{vmatrix} \sin \theta \cos \varphi & r \cos \theta \cos \varphi & -r \sin \theta \sin \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi & r \cos \theta \sin \varphi & r \sin \theta \cos \varphi \\ \cos \theta & -r \sin \theta & 0 \end{vmatrix} = \dots = r^2 \sin \theta.$$

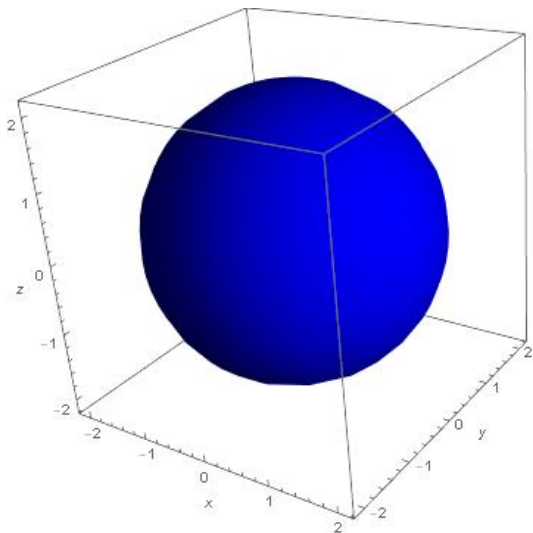
Fixera två av variablerna



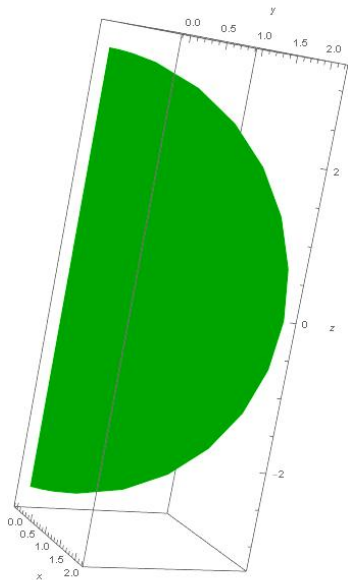
Fixera θ



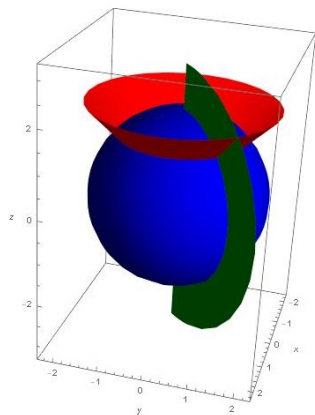
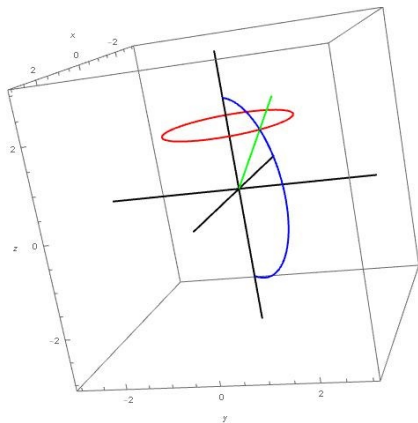
Fixera r



Fixera φ

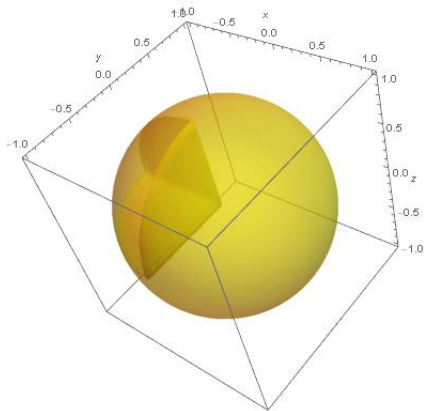


Sammansatt



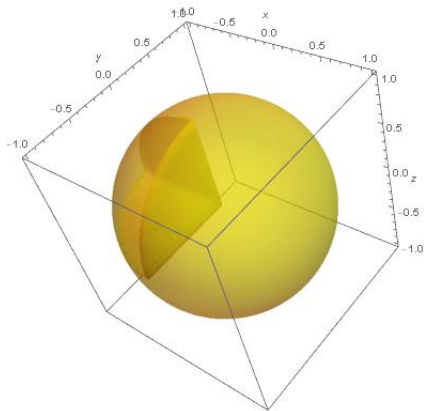
Exempel

D är den del av enhetsklotet som ligger i $x \leq 0$, $y \leq 0$, $z \geq 0$.



Exempel

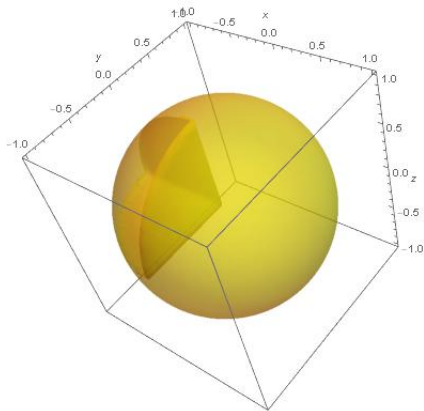
D är den del av enhetsklotet som ligger i $x \leq 0$, $y \leq 0$, $z \geq 0$.



$$0 \leq r \leq 1.$$

Exempel

D är den del av enhetsklotet som ligger i $x \leq 0$, $y \leq 0$, $z \geq 0$.

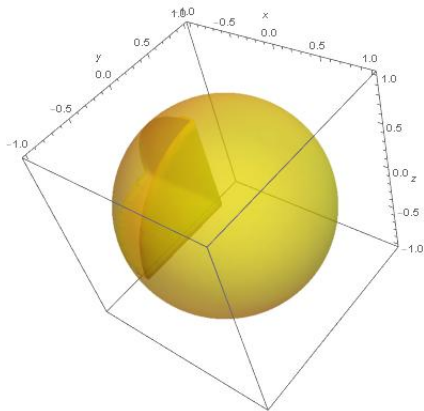


$$0 \leq r \leq 1.$$

$$0 \leq \theta \leq \pi/2.$$

Exempel

D är den del av enhetsklotet som ligger i $x \leq 0$, $y \leq 0$, $z \geq 0$.



$$0 \leq r \leq 1.$$

$$0 \leq \theta \leq \pi/2.$$

$$\pi \leq \varphi \leq 3\pi/2.$$