Inre-, yttre- och randpunkter. Öppen och sluten mängd

Flervariabelanalys

Linköpings Universitet

Öppna Klot

Definition

Givet $\bar{y} \in \mathbb{R}^n$ och $\varepsilon > 0$ så definierar vi (det öppna) klotet $B(\bar{y}, \varepsilon)$ med centrum $\bar{y}$ och radie ε i $\mathbb{R}^n$ som

$$B(\bar{y}, \varepsilon) = \{\bar{x} \in \mathbb{R}^n : |\bar{x} - \bar{y}| < \varepsilon\},$$

det vill säga de punkter $\bar{x}$ som har avstånd mindre än ε till $\bar{y}$.

Öppna Klot

Definition

Givet $\bar{y} \in \mathbb{R}^n$ och $\varepsilon > 0$ så definierar vi (det öppna) klotet $B(\bar{y}, \varepsilon)$ med centrum $\bar{y}$ och radie ε i $\mathbb{R}^n$ som

$$B(\bar{y}, \varepsilon) = \{\bar{x} \in \mathbb{R}^n : |\bar{x} - \bar{y}| < \varepsilon\},$$

det vill säga de punkter $\bar{x}$ som har avstånd mindre än ε till $\bar{y}$.

- $n = 1$: Om $y \in \mathbb{R}$ och $\varepsilon > 0$ så är $B(y, \varepsilon) =]y - \varepsilon, y + \varepsilon[$,

Öppna Klot

Definition

Givet $\bar{y} \in \mathbb{R}^n$ och $\varepsilon > 0$ så definierar vi (det öppna) klotet $B(\bar{y}, \varepsilon)$ med centrum $\bar{y}$ och radie ε i $\mathbb{R}^n$ som

$$B(\bar{y}, \varepsilon) = \{\bar{x} \in \mathbb{R}^n : |\bar{x} - \bar{y}| < \varepsilon\},$$

det vill säga de punkter $\bar{x}$ som har avstånd mindre än ε till $\bar{y}$.

- $n = 1$: Om $y \in \mathbb{R}$ och $\varepsilon > 0$ så är $B(y, \varepsilon) =]y - \varepsilon, y + \varepsilon[$,
- $n = 2$: Om $\bar{y} \in \mathbb{R}^2$ och $\varepsilon > 0$ är $B(\bar{y}, \varepsilon)$ en cirkelskiva med radie ε och centrum $\bar{y}$ (som inte innehåller cirkeln med radie ε och centrum $\bar{y}$),

Öppna Klot

Definition

Givet $\bar{y} \in \mathbb{R}^n$ och $\varepsilon > 0$ så definierar vi (det öppna) klotet $B(\bar{y}, \varepsilon)$ med centrum $\bar{y}$ och radie ε i $\mathbb{R}^n$ som

$$B(\bar{y}, \varepsilon) = \{\bar{x} \in \mathbb{R}^n : |\bar{x} - \bar{y}| < \varepsilon\},$$

det vill säga de punkter $\bar{x}$ som har avstånd mindre än ε till $\bar{y}$.

- $n = 1$: Om $y \in \mathbb{R}$ och $\varepsilon > 0$ så är $B(y, \varepsilon) =]y - \varepsilon, y + \varepsilon[$,
- $n = 2$: Om $\bar{y} \in \mathbb{R}^2$ och $\varepsilon > 0$ är $B(\bar{y}, \varepsilon)$ en cirkelskiva med radie ε och centrum $\bar{y}$ (som inte innehåller cirkeln med radie ε och centrum $\bar{y}$),
- $n = 3$: Om $\bar{y} \in \mathbb{R}^3$ och $\varepsilon > 0$ så är $B(\bar{y}, \varepsilon)$ klotet med radie ε och centrum $\bar{y}$ (som inte innehåller sfären med radie ε och centrum $\bar{y}$).

Inre-, yttre- och randpunkter

Definition

Givet $M \subset \mathbb{R}^n$ och $\bar{y} \in \mathbb{R}^n$ så kallas $\bar{y}$ en:

Inre-, yttre- och randpunkter

Definition

Givet $M \subset \mathbb{R}^n$ och $\bar{y} \in \mathbb{R}^n$ så kallas $\bar{y}$ en:

- inre punkt till M om det finns $\varepsilon > 0$ så att $B(\bar{y}, \varepsilon) \subset M$,

Definition

Givet $M \subset \mathbb{R}^n$ och $\bar{y} \in \mathbb{R}^n$ så kallas $\bar{y}$ en:

- inre punkt till M om det finns $\varepsilon > 0$ så att $B(\bar{y}, \varepsilon) \subset M$,
- yttre punkt till M om det finns $\varepsilon > 0$ så att $B(\bar{y}, \varepsilon) \subset \mathbb{R}^n \setminus M$,

Inre-, yttre- och randpunkter

Definition

Givet $M \subset \mathbb{R}^n$ och $\bar{y} \in \mathbb{R}^n$ så kallas $\bar{y}$ en:

- inre punkt till M om det finns $\varepsilon > 0$ så att $B(\bar{y}, \varepsilon) \subset M$,
- yttre punkt till M om det finns $\varepsilon > 0$ så att $B(\bar{y}, \varepsilon) \subset \mathbb{R}^n \setminus M$,
- randpunkt till M om $\bar{y}$ varken är en yttre eller inre punkt till M.

Inre-, yttre- och randpunkter

Definition

Givet $M \subset \mathbb{R}^n$ och $\bar{y} \in \mathbb{R}^n$ så kallas $\bar{y}$ en:

- inre punkt till M om det finns $\varepsilon > 0$ så att $B(\bar{y}, \varepsilon) \subset M$,
- yttre punkt till M om det finns $\varepsilon > 0$ så att $B(\bar{y}, \varepsilon) \subset \mathbb{R}^n \setminus M$,
- randpunkt till M om $\bar{y}$ varken är en yttre eller inre punkt till M.

Randpunkterna till M betecknas ∂M.

Öppna och slutna mängder

Definition

Om alla punkter i M är inre punkter till M kallas M **öppen**.
Om $\partial M \subset M$ kallas M **sluten**.

Definition

Om alla punkter i M är inre punkter till M kallas M **öppen**.
Om $\partial M \subset M$ kallas M **sluten**.

- $\overline{M} = M \cup \partial M$ (kallas M:s slutna hölje),
- $M^o = M \setminus \partial M$ (kallas M:s inre).

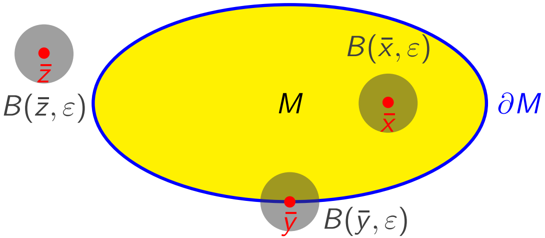
Begränsade mängder

- Om det finns $r > 0$ så att $M \subset B(\bar{0}, r)$ så kallas M **begränsad**.

Begränsade mängder

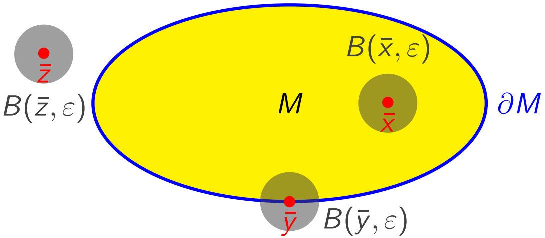
- Om det finns $r > 0$ så att $M \subset B(\bar{0}, r)$ så kallas M **begränsad**.
- En sluten och begränsad mängd kallas **kompakt**.

Exempel



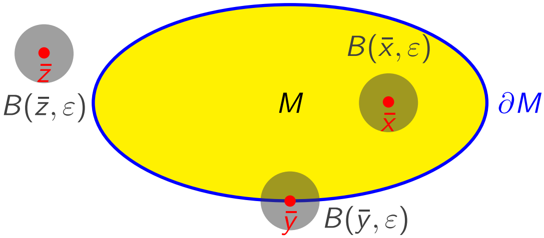
$\bar{z}$
$B(\bar{z}, \varepsilon)$
$B(\bar{x}, \varepsilon)$
M
$\bar{x}$
∂M
$\bar{y}$
$B(\bar{y}, \varepsilon)$

Exempel



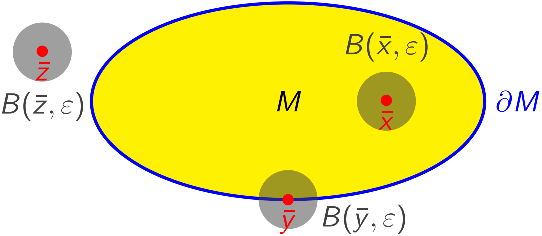
$\bar{x}$ är en inre punkt.

Exempel



$\bar{x}$ är en inre punkt.
$\bar{z}$ är en yttre punkt.

Exempel



$\bar{x}$ är en inre punkt.
$\bar{z}$ är en yttre punkt.
$\bar{y}$ är en randpunkt.

Öppen omgivning

Definition

En öppen mängd M som innehåller $\bar{a}$ kallas (en öppen) omgivning till $\bar{a}$.