Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Kurskod: TATA69
Provkod: TEN1

# Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

**2017-08-17 kl. 14.00–19.00**

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. (a) Bestäm den allmänna $\mathcal{C}^1$-lösningen $z(x,y)$ till differentialekvationen
$$y\,z'_y - x\,z'_x = 2xy^3 \qquad (x>0,\ y>0),$$
t.ex. med hjälp av variabelbytet $u = xy$, $v = y$.
   (b) Bestäm de lösningar som uppfyller $z(x,1) = x^2$.
   (c) Bestäm de lösningar som uppfyller $z(x,x) = x^2$.

2. Beräkna $\iint_D \sqrt{(3y-x)(2+y-x)}\,dxdy$, där $D$ är triangeln med hörn i $(x,y) = (0,0)$, $(3,1)$ och $(2,2)$.

3. Beräkna $\iiint_D xyz\,dxdydz$, där $D$ ges av olikheterna $x^2+y^2+z^2 \le 2$, $z \le 0$ och $y \ge x \ge 0$.

4. Bestäm konstanten $k$ så att planet $2x - 2y + z = 0$ tangerar ytan $x = y\ln z + k$.

5. Låt $f(x,y) = \dfrac{(x+y)^2 + x^3 - y^3}{x^2+y^2}$ för $(x,y) \neq (0,0)$ och $f(0,0) = 1$.
   (a) Undersök om $f$ är kontinuerlig i $(0,0)$.
   (b) Beräkna derivatorna $f'_x(0,0)$ och $f'_y(0,0)$ (om de existerar).
   (c) För $\mathbf{v} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, beräkna riktningsderivatan $f'_{\mathbf{v}}(0,0)$ (om den existerar).

6. Antag att $f(x,y)$ har Maclaurinutvecklingen
$$f(h,k) = f(0,0) + Q(h,k) + \mathcal{O}\big((h^2+k^2)^{3/2}\big),$$
där $Q(h,k)$ är en **positivt semidefinit** kvadratisk form. Kan då följande inträffa? Svara ja (med tydligt exempel) eller nej (med tydligt motbevis) i varje deluppgift för sig.
   (a) $f$ har **strängt lokalt minimum** i origo.
   (b) $f$ har **varken lokalt maximum eller lokalt minimum** i origo.
   (c) $f$ har **strängt lokalt maximum** i origo.