Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Kurskod: TATA69
Provkod: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2017-10-20 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter för $f(x,y) = 3x^2 + y^2 + 4xy + \frac{2}{3}x^3$.

2. Beräkna $\displaystyle\iint_D \frac{xy}{1+(x^2+y^2)^4}\,dxdy$, där $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x < \sqrt{3}\,y\}$.

3. Låt N vara normallinjen till kurvan $x^2 + y^2 + kxy = 1$ i punkten $(1,0)$. Bestäm konstanten k så att linjen N går genom punkten $(-2,2)$.

4. Visa att ekvationen $2yz + e^{xz} + \cos(xy) = -4$ implicit definierar en funktion $y = f(x,z)$ av klass $\mathcal{C}^1$ nära punkten $(x,y,z) = (0,-1,3)$. Ange $f(0,3)$ samt derivatorna $f'_x(0,3)$ och $f'_z(0,3)$.

5. Bestäm alla funktioner $f(x,y,z)$ av klass $\mathcal{C}^1$ (för $x > 0$) sådana att
$$x\,f'_x - xf'_y - z\,f'_z = 0, \qquad f(1,y,z) = yz.$$
(Ledning: Använd t.ex. variabelbytet $u = y$, $v = x + y$, $w = xz$.)

6. Beräkna $\displaystyle\iiint_D z\,dxdydz$, där $D = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : z^2 \le x \le y \le 2z\}$.