Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Kurskod: TATA69
Provkod: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2018-01-04 kl. 8.00–13.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter för $f(x, y) = x^2 + 4y^2 + 8xy - x^3$.

2. Bestäm alla funktioner $f(x, y, z)$ av klass $\mathcal{C}^1$ som uppfyller

$$\nabla f(x,y,z) = \begin{pmatrix} 2xy^2e^y + yze^z \\ yx^2(y+2)e^y + (xz+1)e^z + 3 \\ y(xz+x+1)e^z + 2z \end{pmatrix}, \qquad f(0,1,0) = 2.$$

3. Beräkna $\displaystyle\iint_D \frac{x+2y}{3y-x}\,dxdy$, där området D ges av $2 \leq 3y - x \leq 6$ och $2 \leq 2x - y \leq 4$.

4. Bestäm alla linjer $Ax + By = C$ som går genom punkten $(-2, -4)$ och tangerar kurvan $(x, y) = (t^2 + 1, t^2 - t)$, $t \in \mathbf{R}$.

5. Beräkna volymen av området

$$D = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : z \geq (x^2+y^2)^{1/4},\ 3x^2 + 3y^2 + z^2 \leq 4\}.$$

6. En parametriserad kurva $(x(t), y(t))$ i xy-planet avbildas via sambanden

$$(u, v) = (x + y^3, x^3y^2)$$

på en kurva $(u(t), v(t))$ i uv-planet. Om $(x(0), y(0)) = (2, 1)$, vad ska kurvans tangentvektor $\binom{x'(0)}{y'(0)}$ vara för att man i motsvarande punkt på kurvan i uv-planet ska få tangentvektorn $\binom{u'(0)}{v'(0)} = \binom{1}{0}$?