Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Matematik och tillämpad matematik

Kurskod: TATA69
Provkod: TEN1

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2018-05-31 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmedel tillåtna (inte heller miniräknare). 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Länk till lösningsskiss finns efter tentamen på kursens hemsida.

1. Beräkna $\iint_D xy\,dxdy$, där området D begränsas av kurvorna $y = x^2$ och $x + y = 2$.

2. Bestäm alla funktioner $z(x, y)$ av klass $\mathcal{C}^1$ som uppfyller differentialekvationen $xz'_x - z'_y = 2x^2$ för $x > 0$ samt bivillkoret $z(1, y) = e^{-y}$. Ledning: Använd t.ex. variabelbytet $u = xe^y$, $v = x$.

3. Bestäm alla lokala maximi- och minimipunkter för $f(x, y, z) = 4x + 2x^2 + y^2 + z^2 + 2xz + x^2y^2$.

4. Bestäm konstanten k så att tangentplanet till ytan $z = x + y^2 + x^3 + k$ då $(x, y) = (1, -1)$ innehåller punkten $(x, y, z) = (2, 3, 4)$.

5. Beräkna
$$\iiint_D \frac{1 + z^2}{(x^2 + y^2 + z^2)^3}\,dxdydz$$
där området D ges av olikheterna $x^2 + y^2 + z^2 \geq 4$ och $z \geq 0$.

6. Betrakta ekvationssystemet
$$\begin{aligned} 3x + 4y^2 + z^2 &= 17, \\ 4x + 6y + 4z + e^{xyz} &= 17. \end{aligned}$$
Vilken eller vilka av följande saker garanterar implicita funktionssatsen att man (i princip) kan göra lokalt, nära punkten $(x, y, z) = (0, 2, 1)$?

   (a) Lösa ut x och y som $\mathcal{C}^1$-funktioner av z.

   (b) Lösa ut x och z som $\mathcal{C}^1$-funktioner av y.

   (c) Lösa ut y och z som $\mathcal{C}^1$-funktioner av x.

   I de fall där det går, beräkna förstaderivatorna av de utlösta funktionerna i punkten ifråga.