

Kontrollskrivning i Matematisk fördjupning

2024-03-15 kl 8.00–11.00

*Inga hjälpmedel. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade och ordentligt skrivna.
Varje uppgift ger högst tre poäng, och för betyg 3/4/5 krävs minst 6/8/10 poäng.
Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.*

- (a) Definiera vad som menas med att $f(x) \rightarrow \infty$ då $x \rightarrow -\infty$. (1p)

(b) Visa med $\varepsilon\delta$ -definitionen att $\frac{x-2}{x^2-3x+2} \rightarrow 1$ då $x \rightarrow 2$. (2p)
- (a) Låt $D \subseteq \mathbb{R}$ och låt $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ vara en funktion. Definiera vad som menas med att f är likformigt kontinuerlig på D . (1p)

(b) Visa att funktionen $f(x) = \arctan e^x$, $x \in \mathbb{R}$, är likformigt kontinuerlig på \mathbb{R} . (2p)
- (a) Formulera och bevisa produktregeln för derivator. (2p)

(b) Låt $p(t)$ vara ett polynom och sätt $f(x) = p(1/x)e^{-1/x}$. Bestäm, genom att beräkna derivatan $f'(x)$, det polynom $q(t)$ sådant att $f'(x) = q(1/x)e^{-1/x}$. (1p)
4. Antag att funktionen $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ är kontinuerlig och att $f(a) \leq f(b)$. Visa att om C är en konstant sådan att $f(a) \leq C \leq f(b)$ så finns en punkt $c \in [a, b]$ sådan att $f(c) = C$.

Lycka till!