

Kontrollskrivning i Matematisk fördjupning

XXXX-XX-XX kl X.00–(X+3).00

Inga hjälpmedel. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade och ordentligt skrivna.

Varje uppgift ger högst tre poäng, och för betyg 3/4/5 krävs minst 6/8/10 poäng.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. (a) Låt a_n vara en talföljd. Definiera vad som menas med att $a_n \rightarrow A$ då $n \rightarrow \infty$. (1p)
(b) Visa med $\varepsilon\delta$ -definitionen att $x^2 + \frac{1}{x} \rightarrow 2$ då $x \rightarrow 1$. (2p)
2. (a) Låt $D \subseteq \mathbb{R}$ och låt $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ vara en funktion. Definiera vad som menas med att f är likformigt kontinuerlig på D . (1p)
(b) Visa att den funktion som ges av $f(x) = x \ln x$ då $0 < x \leq 1$ och av $f(0) = 0$ är likformigt kontinuerlig på $[0, 1]$. (1p)
(c) Visa att den funktion som ges av $f(x) = \cos x^2$ då $x \geq 0$ inte är likformigt kontinuerlig på $[0, \infty[$. (1p)
3. Formulera och bevisa Rolles sats.
4. Visa att $\sup \{ \sin \sqrt{n} : n = 1, 2, 3, \dots \} = 1$.

Lycka till!