

Tentaformulär för Dugga 2 i Matematisk grundkurs

2023–09–25 kl 08.00–12.00

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva/radianskiva utan formler får användas. Formelsamling, räknedosa och andra hjälpmedel är ej tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Uppgifterna bedöms med 0–3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Svar m m finns att hämta på kurshemsidan efter duggans slut. Resultat meddelas i e-brev.

1. (a) Bestäm största värdet av $f(x) = 3x - 2x^2 - 2$ med hjälp av kvadratkomplettering. (1 p)
- (b) Räkna ut $\left| \frac{3+i}{2+i} - 1 + i \right|$. (1 p)
- (c) Beräkna $\sum_{k=3}^{200} \frac{3}{(-2)^{k-1}}$. (1 p)
2. På denna uppgift ska *endast svar* ges. *Inga* lösningar ska lämnas in på uppgift 2.
 - (a) Lös ekvationen $\cos\left(2x + \frac{\pi}{5}\right) = \cos 3x$. (1 p)
 - (b) Beräkna $\cos\left(\arctan \frac{2}{3}\right)$. (1 p)
 - (c) För vilka reella x är $\tan^2 x = \sqrt{3} \tan x$? (1 p)
3. Vilka reella x uppfyller sambandet $3^2(2^{2x} + 2^x) = 2^{3x+2} + 2^2 - 4^{x+1} - 2^{x+2}$?
4. Lös ekvationen $\sqrt{2} \sin 2x + \sqrt{2} \cos 2x + \sqrt{3} = 0$.
5. (a) Bestäm D_f samt (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = 2 \ln\left(\frac{x-2}{x+1}\right)$. (2 p)
- (b) Definiera $\cosh x$ och $\sinh x$. (1 p)
6. Förenkla $\alpha = 2 \arctan \sqrt{2} + \arctan 2\sqrt{2}$.
7. Ange ett polynom $p(z) = z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \dots + a_1z + a_0$ där $a_k \in \mathbf{R}$, $k = 0, 1, \dots, n-1$, sådant att 5 olika nollställen till $p(z)$ uppfyller $|z - i\sqrt{2}| = 1$.