

Tentaformulär för Dugga 2 i Matematisk grundkurs

2023–10–28 kl 14.00–18.00

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva/radianskiva utan formler får användas. Formelsamling, räknedosa och andra hjälpmedel är ej tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Uppgifterna bedöms med 0–3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Svar m m finns att hämta på kurshemsidan efter duggans slut. Resultat meddelas i e-brev.

1. (a) Lös ekvationen $|2x + 3| - |3 - x| = 2x - 4$. (2 p)
(b) Beräkna $\operatorname{Re} \left(\frac{3 + i}{2 + i} - 1 + i \right)$. (1 p)
2. På denna uppgift ska *endast svar* ges. *Inga* lösningar ska lämnas in på uppgift 2.
 - (a) Vilka reella tal x uppfyller sambandet $2^{x+2} = 3^x$? (1 p)
 - (b) Lös ekvationen $\sin \left(2x + \frac{\pi}{5} \right) = \sin 3x$. (1 p)
 - (c) Beräkna $\cos \left(v + \frac{\pi}{3} \right)$ om $\cos v = \frac{1}{3}$ och $\pi < v < 2\pi$. (1 p)
3. (a) Lös ekvationen $\ln(2x + 3) + \ln x = \ln 2 + \ln(3 + x)$. (2 p)
(b) Bestäm $\sin \left(\arccos \left(-\frac{1}{4} \right) \right)$. (1 p)
4. Lös ekvationen $4 \sin^2 3x \cos 4x = 2 \cos 4x - 2 \cos 2x$.
5. Finn alla komplexa lösningar till ekvationen $(z - 1)^5 = 8i - 8$.
6. Låt f :s värden ges av uttrycket $f(x) = \ln \left(\frac{x^2 - 4}{4x^2 - 1} \right)$.
 - (a) Bestäm D_f på formen $D_f =]a, b[$ (med $a < b$) så att f saknar invers. (1 p)
 - (b) Bestäm D_f på formen $D_f =]a, b[$ (med $a < b$) så att f har invers. Bestäm också ett uttryck för inversen i detta fall. (2 p)
7. Lös ekvationen $\frac{4a \sin x - 1}{\sin x - a} = 4$ för alla värden på det reella talet a .