LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Tillämpad matematik

TATB01
TEN3

Tentamen i Matematisk grundkurs 2024-01-05 kl 8-13

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva/radianskiva utan formler får användas. Formelsamling, räknedosa och andra hjälpmedel är ej tillåtna.

Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. På uppgift 3 ska dock *endast svar* ges. Svaren ska förstås ges på enklast möjliga form.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng[1] till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar m m finns på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Ange medelpunkt och radie till cirkeln $x^2 + y^2 + 4x = 6y - 8$. (1 p)

   (b) Beräkna $\operatorname{Im}\left(\dfrac{3+i}{2+i} - 1 + i\right)$. (1 p)

   (c) Ange minsta möjliga heltal n så att $\displaystyle\sum_{k=11}^{n}\left(k - \frac{1}{2}\right) \geq 4000$. (1 p)

2. (a) Lös ekvationen $\ln(x^2+5) - \ln x + \ln 3 = \ln(4x-2)$. (2 p)

   (b) Finn alla lösningar till ekvationen $1 + \ln(e^{-2} + e^{-x}) = 0$. (1 p)

3. På denna uppgift ska *endast svar* ges. *Inga* lösningar ska lämnas in på uppgift 3.

   (a) Lös ekvationen $\cos\left(4x + \dfrac{\pi}{5}\right) = \cos\left(2x + \dfrac{\pi}{7}\right)$. (1 p)

   (b) Beräkna $\arcsin\left(\sin\dfrac{54\pi}{5}\right)$. (1 p)

   (c) Bestäm $\cos\left(2\arccos\dfrac{1}{5}\right)$. (1 p)

4. Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \ln\left(\dfrac{x-3}{2x+1}\right)$.

5. Skriv $2\sin 2x\cos x + \sin x\cos 4x$ som en summa av cos- och/eller sin-termer.

   Lös också ekvationen $1 + 8\sin 2x\cos x + 4\sin x\cos 4x = 4\sin x + 2\sin 3x$.

6. Ange alla komplexa lösningar till ekvationen $9z^4 = -2 + 2\sqrt{3}i$.

   Svaret ska ges på formen $z = a + bi$, $a, b \in \mathbf{R}$.

7. Låt $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1-x}, & x < 0 \\ x^2 - 1, & 1 < x < 3 \end{cases}$ och sätt $g = f \circ f$, d v s $g(x) = f(f(x))$.

   Ange D_g och (om möjligt) ett uttryck för g^{-1}.

[1] Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Godkänd dugga 2 ger 4 bonuspoäng.