Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Daniel Carlsson

Kurskod: 726G35
Modul: STN1

Tentamen
726G35 Diskret matematik och logik, 7,5 hp
2023-08-18, kl. 8-13

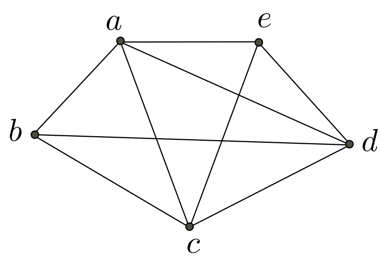
På varje uppgift ges 3 poäng. För betyg godkänt (G) krävs sammanlagt, inklusive ev. bonus, minst 9 poäng, för betyg väl godkänd (VG) krävs motsvarande minst 15p. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Tillåtna hjälpmedel: Bifogat formelblad i logik. (Räknare ej tillåten.)

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

---

1. I figuren intill visas grafen G på nodmängden $A = \{a, b, c, d, e\}$.



   a) Är G en komplett graf? Motivera.

   b) Ange $\overline{G}$.

   c) Finns det någon öppen respektive någon sluten eulerväg i G? Motivera tydligt för respektive vägtyp samt ge ett exempel om vägtypen existerar.

2. a) Visa att $\neg(r \to s) \;\Leftrightarrow\; \neg s \land r$.

   b) Inför lämpliga satsparametrar och formulera följande slutledning som ett satslogiskt uttryck: *"Om jag hinner med tåget så kommer jag i tid till konserten. Jag kommer inte i tid till konserten eller jag fikar på stationen. Jag fikar inte på stationen. Slutsats: Jag hinner inte med tåget."*

   c) Avgör med någon metod i kursen huruvida slutledningen i b) är korrekt eller ej.

3. a) En sammanhängande graf innehåller 23 noder och 30 bågar. Hur många bågar måste tas bort för att (med lämpliga val) få ett spännande träd till grafen?

   b) En graf är ett träd och innehåller 10 noder av grad 6 samt ett visst antal löv. Bestäm utifrån givna satser hur många löv denna graf måste innehålla. (Grafisk lösning ger ej poäng.)

4. Gäller följande mängdlikheter för alla mängder A, B och C? Bevisa likheten om den gäller respektive ge ett motexempel med högst 3 element i grundmängden om den inte gäller.

   a) $(A \cap B^c) \setminus C = (C^c \cap A) \setminus B$

   b) $(B \setminus C)^c \cap A = (A \cap C) \setminus B$

5. Utgå från bokstäverna i ordet SOMMAR. Bestäm antalet olika bokstavsföljder vi kan bilda med dessa bokstäver om vi har villkoret

   a) att de ska innehålla alla sex bokstäverna

   b) att de ska innehålla precis fyra bokstäver.

Var god vänd!

6. Låt $\mathcal{R} = \{(1,1),(2,1),(2,2),(1,2),(3,3),(3,4),(4,4),(4,3),(5,5)\}$ vara en relation på $A = \{1,2,3,4,5\}$. Motivera huruvida $\mathcal{R}$ är reflexiv, symmetrisk, antisymmetrisk respektive transitiv. Rita relationsgrafen samt ange relationsmatrisen för $\mathcal{R}$ och motivera huruvida $\mathcal{R}$ är en ekvivalensrelation eller en partialordning eller ingetdera. Ange ekvivalensklasserna om den är en ekvivalensrelation.

7. I en vanlig kortlek med 52 kort finns fyra färger (spader, hjärter, ruter och klöver) och i varje färg finns 13 valörer (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, knekt, dam, kung och ess). En ”hand” i poker utgörs av fem kort och ordningen mellan korten spelar ej roll, bara vilken uppsättning kort vi har på handen.

   a) En hand utgör en **kåk** om vi har tre kort ur en valör och två kort ur en annan valör (t ex tre damer och två nior). På hur många olika sätt kan vi bilda en kåk med fem kort ur en kortlek?

   b) Om vi har en hand med fyra kort ur en valör samt ett övrigt kort sägs vi ha **ett fyrtal**. På hur många olika sätt kan vi bilda en hand med ett fyrtal?