

## Tentamen

### 726G35 Diskret matematik och logik, 7,5 hp

2024-08-15, kl. 8-13

På varje uppgift ges 3 poäng. För betyg godkänt (G) krävs sammanlagt, inklusive ev. bonus, minst 9 poäng, för betyg väl godkänd (VG) krävs motsvarande minst 15p. Lösningarna skall vara **fullständiga** med samtliga steg redovisade och motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

**Tillåtna hjälpmedel:** Bifogat formelblad i logik. (Räknare ej tillåten.)

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

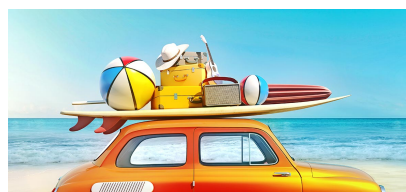
---

1. Låt  $A = \{a, c\}$ ,  $B = \emptyset$  och  $C = \{c, d\}$  vara delmängder i  $\mathcal{U} = \{a, b, c, d\}$ .
  - a) Beräkna  $(A^c \cap B^c) \setminus C^c$ . (Det ska framgå att delresultaten är korrekt beräknade.)
  - b) Vilka av följande påståenden är med givna mängder ovan sanna respektive falska? Motivera.
    - i.  $A^c \setminus B^c = B$
    - ii.  $A^c \cap B^c \subseteq A$
    - iii.  $A \subseteq B \Rightarrow B \subseteq \mathcal{U}$
2. a) En graf som är ett träd innehåller 12 noder av grad 3 och ett visst antal löv. Bestäm utifrån givna satser hur många löv grafen måste innehålla. (Grafisk lösning ger ej poäng.)  
b) Låt  $A = \{1, 2, 3\}$  och  $B = \{a, b, c, d\}$ . Bestäm antalet funktioner från  $A$  till  $B$  samt ange hur många av dessa som är surjektiva.
3. a) Ge ett exempel på ett satslogiskt uttryck, med en eller flera satsparametrar, som är en tautologi och motivera varför det är det.  
b) Betrakta det satslogiska uttrycket  $(p \vee \neg r) \wedge (s \rightarrow r) \rightarrow p$ . Antag att uttrycket har sanningsvärdet falskt. Bestäm utifrån det sanningsvärdet på parametern  $s$ . Motivera varje steg i ditt resonemang.

4.  $E_1, E_2, \dots, E_6$  är 6 enheter i ett datanätverk. I bifogad tabell redovisas kostnaden i tusentals kronor för att ansluta två av dessa enheter till varandra. Rita en enkel oriktad graf med kostnader för samtliga möjliga anslutningar. Använd sedan någon algoritm i kursen för att bestämma ett billigaste nätverk (minimalt spännande träd) för dessa enheter, samt ange kostnaden för detta. Det ska tydligt framgå hur du gör dina val i varje steg utifrån vald algoritm.

	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$	$E_5$	$E_6$
$E_1$	-	5	6	4	5	8
$E_2$	-	-	3	9	7	10
$E_3$	-	-	-	8	8	9
$E_4$	-	-	-	-	3	9
$E_5$	-	-	-	-	-	11

5. a) Hur många olika bokstavsföljder med 8 bokstäver kan vi bilda med bokstäverna i ordet SEMESTER ?  
b) Hur många av dessa bokstavsföljder innehåller inte två E intill varandra?



6. Låt  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$  och definiera följande relation  $\mathcal{R}$  på  $A$ :

$$\mathcal{R} = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (b, c), (c, a), (c, b), (c, c), (d, d), (d, e), (e, d), (e, e), (f, f)\}$$

Rita relationsgrafen och motivera tydligt huruvida  $\mathcal{R}$  är reflexiv, symmetrisk, antisymmetrisk respektive transitiv. Ange också om  $\mathcal{R}$  är en ekvivalensrelation respektive en partialordning. Om  $\mathcal{R}$  är en ekvivalensrelation så ange också ekvivalensklasserna.

7. Antag att vi har följande logiska premisser:

*Om solen skiner och det är varmt så tar vi en dag på stranden. Om vi tar en dag på stranden så köper vi glass. Det är varmt och vi köper inte glass.*

Med dessa som förutsättningar, vilken slutsats kan du dra om huruvida solen skiner eller ej? Formulera slutledningen som ett satslogiskt uttryck och visa utifrån någon metod i kursen att din valda slutsats är korrekt.