

Tentamen

726G35 Diskret matematik och logik, 7,5 hp

2025-01-17, kl. 8-13

På varje uppgift ges 3 poäng. För betyg godkänt (G) krävs sammanlagt, inklusive ev. bonus, minst 9 poäng, för betyg väl godkänd (VG) krävs motsvarande minst 15p. Lösningarna skall vara **fullständiga** med samtliga steg redovisade och motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

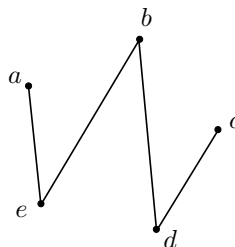
Tillåtna hjälpmedel: Bifogat formelblad i logik. (Räknare ej tillåten.)

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

1. Ett Företag har uppgifter om kunder i tre databaser D_1 , D_2 och D_3 . En kund kan finnas i mer än en databas men kan också inte vara inlagd i någon databas än. Företaget har i nuläget 1200 kunder. I vardera databas D_1 , D_2 och D_3 finns 500 kunder. Dessutom vet man att 100 kunder finns både i D_1 och D_2 , 140 kunder finns både i D_1 och D_3 , 120 kunder finns både i D_2 och D_3 och 40 kunder återfinns i alla tre databaserna.

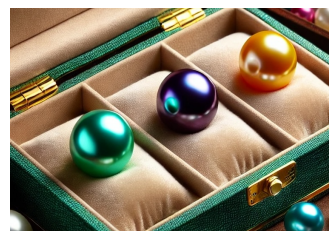
- a) Hur många av företagets kunder finns inte någon av de tre databaserna?
- b) Hur många kunder finns i D_3 , men inte i någon av D_1 och D_2 ?

2. a) Ange om grafen G i figuren intill är sammanhängande eller ej samt bestäm komplementgraf \overline{G} till grafen G .



- b) En annan graf är ett träd och innehåller 18 löv, fyra noder av grad 3 samt ett visst antal noder av grad 4. Bestäm utifrån givna satser hur många noder av grad fyra som grafen måste innehålla.

3. Du har 8 pärlor i 8 olika färger. För att öppna en kista i en utmaning på Boda Borg ska man skapa en färgkod genom att plocka ut tre pärlor bland de 8 och lägga dem i en viss ordning.



- a) Hur många olika färgkoder med tre pärlor kan vi bilda?
 - b) Bland de 8 pärlorna finns bland annat en röd och en grön. Hur många färgkoder innehåller en röd pärla men inte en grön?
 - c) En av de 8 pärlorna är blå. Hur många färgkoder finns det med en röd pärla direkt till vänster om en blå?
4. Låt $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, d\}$, $C = B \cap B^c$ och A , B och C är delmängder i grundmängden $\mathcal{U} = \{a, b, c, d, e\}$.
- a) Beräkna $(B^c \setminus C) \cap (A \setminus B)$. (Det ska framgå att delresultat är korrekt beräknade.)
 - b) Bestäm antalet delmängder till mängden B och till mängden C .
 - c) Vad är antalet funktioner från A till B och hur många av dessa är surjektiva?

5. a) Är $\neg(r \wedge p) \vee q$ logiskt ekvivalent med $\neg r \vee (p \rightarrow q)$?
b) Skriv följande slutledning som ett satslogiskt uttryck och avgör med någon metod i kursen om slutledningen är korrekt eller ej.

”Tjugondag Knut dansas julen ut. Om granen barrar dansas inte julen ut tjugondag Knut. Om inte granen barrar varar julen ända till påsk.

Alltså varar julen ända till påsk.”

6. Vi ska köpa 12 ägg och affären du handlar i har tre sorter: vita, bruna och ljusgröna från frigående höns. Vi betraktar ägg i samma färg som lika och tar inte hänsyn till hur de placeras i äggkartongen.



- a) På hur många olika sätt kan vi välja ut 12 ägg bland de tre färgerna?
b) Hur många sätt finns det om vi lägger till kravet att minst två ska vara vita?
c) Hur många sätt kan vi välja 12 ägg bland de tre färgerna om vi ska ha max tre bruna och max tre ljusgröna?
7. Låt $A = \{1, 2, 3\}$ och bilda potensmängden $\mathcal{P}(A)$. Vi definierar en relation \mathcal{R} på $\mathcal{P}(A)$ genom att säga att $B\mathcal{R}C$ om $B \subseteq C$, där B och C är element i $\mathcal{P}(A)$.
- a) Ange $\mathcal{P}(A)$ och visa att \mathcal{R} är en partialordning på $\mathcal{P}(A)$.
b) Rita relationsgrafan eller motsvarande Hassediagram och ange om \mathcal{R} är en totalordning på $\mathcal{P}(A)$.