

Tentamen

726G35 Diskret matematik och logik, 7,5 hp

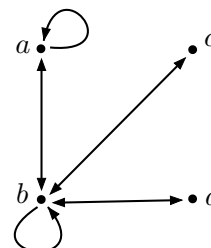
2025-08-14, kl. 8-13

På varje uppgift ges 3 poäng. För betyg godkänt (G) krävs sammanlagt, inklusive ev. bonus, minst 9 poäng, för betyg väl godkänd (VG) krävs motsvarande minst 15p. Lösningarna skall vara **fullständiga** med samtliga steg redovisade och motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Tillåtna hjälpmedel: Bifogat formelblad i logik. (Räknare ej tillåten.)

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

1. Låt $A = \{a, b, d, e\}$, $B = \{a, e, f\}$ och $C = \{a, d\}$ vara delmängder i $\mathcal{U} = \{a, b, d, e, f, g\}$.
 - a) Beräkna $((A \setminus B) \cap C^c)^c$ (det ska framgå att delresultaten är korrekt beräknade) och bestäm sedan antalet delmängder till denna mängd.
 - b) Är det sant att $(A \cup B)^c \subseteq \emptyset$? Motivera varför eller varför inte.
2.
 - a) Ge ett exempel på en graf med fyra noder som är sammanhängande men som inte är ett träd.
 - b) En graf som är ett träd har sex noder av grad 3, fem noder av grad 4, 3 noder av grad 5 samt ett visst antal löv. Bestäm utifrån givna satser antalet löv som grafen innehåller. (Grafisk lösning ger ej poäng.)
3.
 - a) Visa att $\neg(r \wedge q) \Leftrightarrow q \rightarrow \neg r$.
 - b) Inför lämpliga satsparametrar och formulera följande slutledning som ett satslogiskt uttryck: *"Det regnar. Om det regnar så blåser det. Det blåser inte eller så lyser solen. Slutsats: Solen lyser."*
 - c) Avgör med någon metod i kursen huruvida slutledningen i b) är korrekt eller ej.
4. Inför en kampanj har ditt företag bett dig kartlägga hur deras kunder använder sociala medier. Du får in svar från 860 vuxna (18 år eller äldre) och 570 unga (under 18 år). Av alla tillfrågade använder 700 Facebook, 970 Instagram och 440 använder både Facebook och Instagram. Vidare använder 630 vuxna Facebook, 480 vuxna Instagram och 400 vuxna använder både Facebook och Instagram.
 - a) Hur många av de vuxna använde varken Facebook eller Instagram?
 - b) Hur många av de unga använde varken Facebook eller Instagram?
5.
 - a) Låt $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ och $B = \{a, b, c\}$. Ge ett exempel på en funktion från A till B samt ett exempel på en funktion från B till A .
 - b) I bilden till höger visas relationsgrafen för relationen $\mathcal{R}$ på mängden $A = \{a, b, c, d\}$. Motivera huruvida $\mathcal{R}$ är reflexiv, symmetrisk, antisymmetrisk respektive transitiv på A eller ej.



Var god vänd!

6. a) Vid beställning av köksluckor har en leverantör 5 olika modeller på luckor. Varje lucka kan fås i 7 olika färger och med 11 olika handtag. Hur många olika varianter av köksluckor i olika färg och med olika handtag kan fås hos leverantören?

- b) I en glasskiosk finns 8 olika smaker att välja bland. Du är verkligen sugen på glass och köper 5 kulor! På hur många olika sätt kan de fem kulorna väljas bland de 8 smakerna? Samma smak kan förstås väljas på mer än en kula men ordningen mellan kulorna i struten bryr vi oss inte om här.



7. a) En av de regler vi använder vid deduktion är syllogismregeln:

$$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow p \rightarrow r$$

Visa att denna logiska implikation gäller.

- b) Avgör med någon metod i kursen om även följande slutledning gäller:

$$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow r \rightarrow p$$