

Matematisk analys del I Dugga 1

2024-02-14, kl. 8.00-11.00

Penna, suddgummi, passare, linjal och gradskiva får användas. Ett formelblad bifogas skrivningen. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.

Skriv klart och tydligt och med så utförliga motiveringar att din tankegång är lätt att följa, steg för steg. Lösningarna skall vara avslutade med ett svar (svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt efter ordet "svar").

En lösning som innehåller något allvarligt fel i mer elementär matematik (som inte är uppenbart slarv) ger inte någon poäng alls.

För godkänt krävs minst 6 poäng.

1.
 - a) Lös ekvationen $\ln(x+2) - 2\ln 2 = \ln(x+1)$. (1p)
 - b) Lös ekvationen $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$. (1p)
 - c) Bestäm definition och värdemängd till $f(x) = \sqrt{2-x^2-x}$. (1p)

2.
 - a) Dela upp polynomet $x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x - 2$ fullständigt i faktorer med reella koefficienter. (2p)
 - b) Bestäm alla reella tal x som uppfyller olikheten
$$x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x - 2 \leq 0.$$
(1p)

3.
 - a) Lös ekvationen $2\sin^2(x) + \cos(x) = 2$. (2p)
 - b) Lös olikheten $\sin(x) > \frac{\sqrt{3}}{2}$, $0 \leq x \leq 2\pi$, (rita enhetscirkeln) (1p)

4.
 - a) Beskriv funktionen $f(x) = 3x - |3 + 2x|$ utan absolutbelopp och rita kurvan $y = f(x)$. (2p)
 - b) Bestäm argument och absolutbelopp till $z = \frac{(\sqrt{3}+i)^2(1-i)}{(1-i\sqrt{3})}$. (1p)

Lycka till!



Trigonometriska formler

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\cos(\pi \pm x) = -\cos x$$

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\tan(\pi + x) = \tan x$$

$$\tan(\pi - x) = -\tan x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{\tan^2 \frac{x}{2} + 1}$$

$$\cos x = \frac{\tan^2 \frac{x}{2} - 1}{\tan^2 \frac{x}{2} + 1}$$