

Matematisk analys del1
Dugga 2
2024-03-08, kl 8.00-11.00

Penna, suddgummi, passare, linjal och gradskiva får användas. Ett formelblad bifogas skrivningen.
Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.

Skriv klart och tydligt och med så utförliga motiveringar att din tankegång är lätt att följa, steg för steg. Lösningarna skall vara avslutade med ett svar (svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt efter ordet "svar").

En lösning som innehåller något allvarligt fel i mer elementär matematik (som inte är uppenbart slarv) ger inte någon poäng alls.

För godkänt krävs minst 6 poäng.

- Ange definitionsmängd och värdemängd till funktionen $f(x) = 3 \arcsin(1 - x)$. (1p)
 - Beräkna $\sin(2x)$ om $\cos x = \frac{2}{3}$ och $\frac{3\pi}{2} \leq x \leq 2\pi$. (1p)
 - Skriv om $\cos(2x) - \sqrt{3}\sin(2x)$ på formen $C\sin(2x + \alpha)$. (1p)

2.

- För vilka reella x gäller olikheten $\ln(x^2 - x) \leq \ln(2x + 4)$. (1p)
- Bestäm konstanten a så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(2x)}{3x+x^3} & , x > 0 \\ a & , x \leq 0 \end{cases} \quad \text{blir kontinuerlig för alla } x. \quad (2p)$$

3. Beräkna följande gränsvärden

- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{1 - x^2}$ (1p)
 - $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 2} - \sqrt{x^2 - x + 1})$ (1p)
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\tan(2x)}$ (1p)
- Låt $f(x) = \sqrt{5x + 1}$. Bestäm $f'(x)$ med derivatans definition. (1p)
 - $f(x) = \left(3x^2 + \frac{1}{3x}\right) \cos(3x)$. Bestäm $f'(x)$ med deriveringsregler. (1p)
 - $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}$. Bestäm $f'(x)$ med deriveringsregler. (1p)

