

**Matematisk analys del 2**  
**Dugga 3**  
2024-04-25, kl. 08.00-11.00

Penna, suddgummi, passare, linjal och gradskiva får användas. Ett formelblad bifogas skrivningen.  
Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.

Skriv klart och tydligt och med så utförliga motiveringar att din tankegång är lätt att följa, steg för steg. Lösningarna skall vara avslutade med ett svar (svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt **efter** ordet "svar").

En lösning som innehåller något allvarligt fel i mer elementär matematik (som inte är uppenbart slarv) ger inte någon poäng alls.

Vid tentamen på kursen Matematisk analys del 2, 764G07, kan man under läsåret 2024/25 tillgodoräkna sig 1 poäng då man har erhållit minst 6 poäng på dugga 3 eller 2 poäng då man har erhållit minst 10 poäng på dugga 3. Observera att denna bonus enbart gäller för betyget 3.

1. Beräkna

a.  $\int x \ln x dx$  (1p)

b.  $\int \frac{x+3}{x^2+3x+2} dx$  (1p)

c.  $\int_{\pi/2}^{\pi} \cos^3 x dx$  (1p)

d.  $\int \frac{-\sin x}{\cos^2 x} dx$  (1p)

2. Beräkna arean av det begränsade område som ligger mellan  $x$ -axeln och kurvan

$y = (x^2 - x)e^x$ . Utgå från en skiss av området.

3. Räkna ut volymen av den rotationskropp som bildas då ytan mellan kurvan

$y = e^{\sqrt{x}}$ ,  $0 \leq x \leq 4$ ,  $x$ -axeln och linjen  $x = 4$  roteras ett varv kring  $x$ -axeln.  
Utgå från en skiss av området som ska roteras.

4. Beräkna följande generaliserade integraler, om om de är konvergenta

a.  $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^3} dx$  (1p)

b.  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x}(1+\sqrt[3]{x})^3}$  (2p)

5. En kurva ges i polära koordinater av  $r = \frac{3}{7}\varphi^2$ ,  $0 \leq \varphi \leq a$ . Bestäm konstanten  $a$  så att kurvans längd blir 8 l.e.

Observera att kurvan är given med hjälp av polära koordinater, d.v.s.  $\begin{cases} x = r(\varphi)\cos\varphi \\ y = r(\varphi)\sin\varphi \end{cases}$ . Utgå ifrån ett bågelement och "härled" beräkningsformel för kurvlängd.

Lycka till!

