

Matematisk analys del2

Tentamen

2024-06-10, kl 08.00-13.00

- Hjälpmedel:
Penna, suddgummi, passare, linjal och gradskiva får användas.
Ett formelblad bifogas skrivningen. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.
- Skriv klart och tydligt och med så utförliga motiveringar att din tankegång är lätt att följa, steg för steg.
Lösningarna skall vara fullständiga och avslutade med ett svar (svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt efter ordet "svar").
- En lösning som innehåller något allvarligt fel i mer elementär matematik (som inte är uppenbart slarv) ger inte någon poäng.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. Uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng.

För betyg G räcker 8 poäng. För betyg VG krävs minst 15 poäng och minst 5 godkända uppgifter.

Godkänd dugga 3 ger 1-2 bonuspoäng. Observera att bonus enbart gäller för betyget G. Skriv på omslaget hur många bonuspoäng (B=0, B=1 eller B=2) du har.

1. Beräkna följande integraler

a) $\int x \cos(3x) dx$

b) $\int \frac{3x^2}{\sqrt{x^3+2}} dx$

c) $\int \frac{4}{3x+x^2} dx$

2. Bestäm den lösning till differentialekvationen $(1+x^2)y'(x) + y(x) = 2$, för vilken gäller att $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 3$.

(Obs: ekvationen kan även skrivas som $(1+x^2)\frac{dy(x)}{dx} + y(x) = 2$)

3. Bestäm den reella konstanten a så att gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x + \ln(1+ax)}{x^2}$ existerar ändligt och bestäm ut det då.

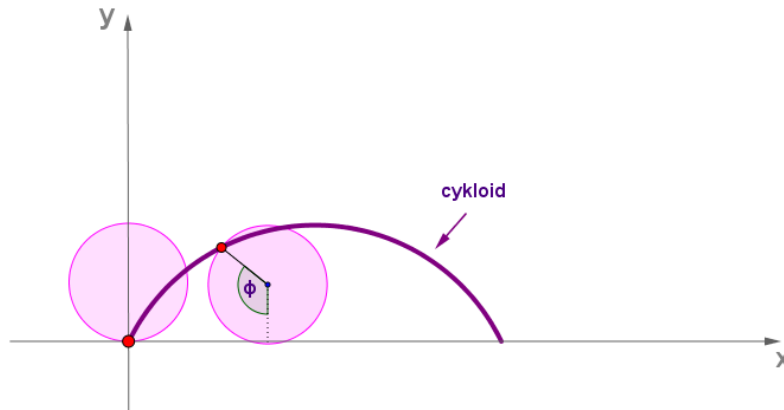
4. Beräkna volymen av den kropp som uppkommer, då området mellan x -axeln, kurvan $y = \cos x + \sin x$, $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ och linjerna $x = \frac{\pi}{4}$ och $x = \frac{\pi}{2}$ roterar ett varv kring x -axeln.

5. Låt D vara fyrhörningen med hörn i $(1,0)$, $(2,0)$, $(0,1)$ och $(0,3)$.

Beräkna $\iint_D e^{x+y} dx dy$.

vänd 

6. Ett hjul med radie R rullar rakt framåt. En punkt på hjulets periferi kommer då att beskriva en kurva som



kallas *cykloid*.

Denna kurva kan parametriseras som

$$\begin{cases} x = R(\varphi - \sin \varphi) \\ y = R(1 - \cos \varphi) \end{cases}, \text{ där } 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \text{ Hur långt rör sig en punkt på periferin, då hjulet rullar ett varv.}$$

7. Bestäm största och minsta värdet av $f(x, y) = xye^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$ då $(x, y) \in D$ där $D = \{(x, y): x^2 + y^2 \geq \frac{1}{4}\}$.

Lycka till!

